

|                             |                                     |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| <b>Název a číslo úlohy:</b> | <b>2 Difrakce světelného záření</b> |
| <b>Datum měření:</b>        | 16. dubna 2011                      |
| <b>Měření provedli:</b>     | Vojtěch Horný, Jaroslav Zeman       |
| <b>Vypracoval:</b>          | Vojtěch Horný                       |
| <b>Datum:</b>               | 17. dubna 2011                      |
| <b>Hodnocení:</b>           |                                     |

### Abstrakt

Cílem úlohy bylo pozorovat difrakci laserového záření na hraně, drátu, šterbině, obdélníkovém a kruhovém otvoru na difrakčních šterbinách a z difrakčního obrazce na stínítku stanovit rozměry vybraných objektů. Druhá část úlohy se zabývá vlastnostmi difrakčních mřížek.

## 1 Úvod

Difrakce je vlastnost světla, kterou nelze popsat pomocí zákonů geometrické optiky. Odporuje například zákonu přímočarého chodu paprsků. K difrakci dochází v místech, kde je světelná vlna příčně omezena překážkou. Překážkou rozumíme změnu absorpce, indexu lomu či vodivosti prostředí. Na stínítku za překážkou pak pozorujeme difrakční obrazec i v místě geometrického stínu. Difrakce se nejvíce projevuje na objektech rozměrově srovnatelných s vlnovou délkou světla.

Existují dva základní způsoby řešení difrakční úlohy. Obecnou možností je řešení vlnové rovnice s ohledem na okrajové podmínky definované překážkou. Alternativou je výpočet tzv. difrakčního integrálu. O první výpočet difrakčního integrálu se pokusil Fresnel, vycházející z Huyghensova principu a principu interference. Pohledem fourierovské optiky zase získáváme tvar difrakčního pole pomocí Fourierovy transformace a znalosti pole těsně za stínítkem.

Při samotném výpočtu je třeba užít dalších přiblížení. Pro objekty mnohem větší než je vlnová délka světla je možné nahradit kulovou vlnu parabolickou aproximací (Fresnelovo přiblížení). Naopak, je-li tzv. Fresnelovo číslo

$$N_F = \frac{\bar{x}_{max}^2 + \bar{y}_{max}^2}{\lambda z} < \frac{1}{2}, \quad (1)$$

kde  $\bar{x}_{max}$ ,  $\bar{y}_{max}$  jsou rozměry objektu,  $z$  je vzdálenost stínítka od objektu a  $\lambda$  je vlnové délka použitého zdroje světla, můžeme použít přiblížení vzdáleného pole, neboli Fraunhoferovo přiblížení. Při všech měřeních jsme používali toto přiblížení, neboť byla bohatě splněna podmínka (1).

Pro difrakci ve Fraunhoferové vzdálené zóně platí, že při změně vzdálenosti stínítka od překážky zůstává difrakční obrazec stejný, mění se pouze jeho velikost. Oproti tomu ve Fresnelově zóně dochází k velkým změnám difrakčního obrazce.

Babinetův doplňkový princip se vztahuje na případy doplňkových stínítek, jako je například šterbina a stejně široký drát. Říká téměř evidentní fakt, že součet elektrických polí  $E_A(P)$  a  $E_B(P)$ , která vzniknou v bodě  $P$  za přítomnosti pouze stínítka  $A$ , resp.  $B$ , je roven elektrickému poli  $E_\phi(P)$ , tedy

$$E_A(P) + E_B(P) = E_\phi(P). \quad (2)$$

## Pomůcky

He-Ne laser ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ), nastavitelná štěrbiná, sada obdélníkových a kruhových apertur, difrakční mřížky, wattmetr, měřítko, stínítka, držáky, stojany, pomocná optika a optická lavice.

## 2 Požadované výsledky

1. Popis a zdůvodnění charakteru difrakčního obrazce na hraně, drátu, štěrbinách, otvorech a difrakčních mřížkách z hlediska jejich geometrie a difrakčních zón. Diskuze platnosti Babinetova doplňkového principu při difrakci na drátu a štěrbině.
2. Výpočet šířky štěrbin a průměru kruhového otvoru z difrakčního obrazce při znalosti vlnové délky světla a vzdálenosti mezi překážkou a místem zobrazení difrakčního obrazce. (Alespoň dvě různé velikosti štěrbin a otvorů.)
3. Závislosti difrakční účinnosti prvních řádů tenké a objemové mřížky na úhlu dopadu (selektivní křivky).
4. Výpočet prostorových period tenké amplitudové, tenké fázové a objemové fázové mřížky.
5. Vysvětlení základních rozdílů difrakce na tenké a objemové mřížce.

## 3 Vypracování úlohy

Nejprve rozebereme difrakci na překážkách, poté na mřížkách.

### 3.1 Difrakce na překážkách

Pozorovali jsme postupně difrakční obrazech na hraně, drátu, štěrbinách a kruhovém a obdélníkovém otvoru. V textu označují symboly,  $m$ ,  $\lambda$ ,  $z$  a  $x_m$  postupně řád minima, vlnovou délku He-Ne laseru (632,8 nm), vzdálenost překážky od stínítka (312 cm) a vzdálenost  $m$ -tých minim.

#### 3.1.1 Difrakce na ostré hraně

Na vzdáleném stínítku (312 cm) jsme pozorovali difrakční obrazech ve tvaru proužků velmi blízko od sebe (řádově milimetry). V blízkosti hrany byl nejlépe rozeznatelný. Světelná stopa byla patrná i v oblasti geometrického stínu. Pozorování bylo v souladu s očekáváním.

#### 3.1.2 Difrakce na štěrbině

Na vzdáleném stínítku jsme pozorovali interferenční proužky. Prostřední maximum bylo výraznější. Pomocí vzorce

$$a = \frac{m\lambda z}{x_m/2}$$

jsme vypočetli šířku štěrbin. Bohužel pro výsledek byl uspokojivý pouze pro první dvě minima. Na radu asistenta jsme proto ostatní měření zahodili a určili šířku štěrbin jako  $(116 \pm 2) \mu\text{m}$ .

Tabulka 1: K určení šířky štěrbin

| řád minima | vzdálenost minim [cm] | šířka [mm]    |
|------------|-----------------------|---------------|
| 1          | 3,4                   | 0,116         |
| 2          | 6,8                   | 0,116         |
| 3          | 8,6                   | 0,138         |
| 4          | 10,3                  | 0,153         |
| 5          | 13,7                  | 0,144         |
| 6          | 17,2                  | 0,138         |
|            |                       | 0,134 ± 0,006 |

### 3.1.3 Difrakce na tenkém drátu

Na vzdáleném stínítku jsme pozorovali interferenční proužky. Prostřední maximum bylo méně intenzivní. Určili jsme šířku drátu. Hodnoty z měření jsou uvedeny v tabulce 2. Drát byl tlustý  $(103,0 \pm 0,8) \mu\text{m}$ .

Ke zjednodušení výpočtu jsme použili Babinetův doplňkový princip. I pohledem bylo vidět, že se difrakční obrazy štěrbin a drátu přibližně doplňují. Při tomto pozorování si je třeba uvědomit, že nevnímáme velikost pole, nýbrž jeho intenzitu, která je úměrná jeho kvadrátu. Tudíž v místech, kde je maximum za štěrbinou, pozorujeme také maximum za drátem. Tato maxima z hlediska pole se liší znaménkem. Při jejich superpozici by tedy došlo ke vzájemnému vyrušení se.

Tabulka 2: K určení šířky drátu

| řád minima | vzdálenost minim [cm] | šířka drátu [mm] |
|------------|-----------------------|------------------|
| 1          | 3,75                  | 0,1053           |
| 2          | 7,8                   | 0,1012           |
| 3          | 11,5                  | 0,1030           |
| 4          | 15,4                  | 0,1026           |
|            |                       | 0,1030 ± 0,0008  |

### 3.1.4 Difrakce na kruhovém otvoru

Difrakční obrazec byl ve tvaru soustředných světlých a tmavých proužků kružnic maximem uprostřed. Z znalosti polohy minim, vzdálenosti stínítka od otvoru a vlnové délky světla lze určit průměr překážky. Naměřená data udává tabulka 3. Vycházeli jsme ze vzorce

$$d = \frac{k_m \lambda z}{x_m / 2},$$

kde  $k_m$  je  $m$ -tý kořen Besselovy funkce prvního druhu. Určili jsme průměr otvoru na  $(176 \pm 1) \mu\text{m}$ .

### 3.1.5 Difrakce na obdélníkovém otvoru

Difrakční obrazec byl tentokrát ve tvaru kříže. Vznikaly interferenční obdélníky se svislým i vodorovným směrem. Uprostřed bylo základní nulté maximum. Po zhasnutí světla jsme pozorovali

Tabulka 3: K určení průměru kruhového otvoru. Páté minimum nebylo dobře změřeno, proto bylo vyloučeno ze zpracování.

| řád minima | průměr minima [cm] | nula v Besselově funkci | průměr otvoru [mm] |
|------------|--------------------|-------------------------|--------------------|
| 1          | 2,7                | 1,22                    | 0,178              |
| 2          | 4,9                | 2,23                    | 0,180              |
| 3          | 7,4                | 3,24                    | 0,173              |
| 4          | 9,6                | 4,24                    | 0,174              |
| 5          | 12,0               | 5,24                    | 0,172              |
|            |                    |                         | 0,176±0,001        |

i další slabá maxima na mimo základní dvě osy. Data z měření jsou uvedena v tabulce 4. Určili jsme rozměry obdélníku opět pomocí vzorce

$$a_i = \frac{m\lambda z}{x_{i,m}/2}.$$

Obdélník má rozměry  $(88,8 \pm 0,5) \times (111,7 \pm 0,6) \mu\text{m}$ .

Tabulka 4: K určení rozměrů obdélníkového otvoru,  $k$  - řád minima,  $d_k$  - vzdálenost  $k$ -tých minim,  $s$  - šířka otvoru,  $v$  - výška otvoru

| obdélník | horizontální strana |            | vertikální strana |               |          |
|----------|---------------------|------------|-------------------|---------------|----------|
|          | $k$                 | $d_k$ [cm] | $s$ [mm]          | $d_k$ [cm]    | $v$ [mm] |
|          | 1                   | 4,4        | 0,0897            | 3,5           | 0,3949   |
|          | 2                   | 8,8        | 0,0897            | 7,0           | 0,3949   |
|          | 3                   | 13,3       | 0,0891            | 10,5          | 0,3949   |
|          | 4                   | 18,2       | 0,0868            | 14,1          | 0,3949   |
|          | 5                   | 22,3       | 0,0885            | 18,0          | 0,3949   |
|          | 6                   | -          | -                 | 21,5          | 0,3949   |
|          |                     |            | 0,0888±0,0005     | 0,1117±0,0006 |          |

### 3.2 Difrakce na mřížkách

V této části úlohy jsme měřili difrakční účinnosti prvních řádů tenké a objemové mřížky v závislosti na úhlu dopadu a vypočetli jsme prostorové periody tenké i objemové mřížky.

Difrakční mřížky jsou struktury periodicky se opakujících elementů (štěrbín, proužků či vrypů). Na každém z elementů mřížky dochází k difrakci při dopadu světla a výsledný difrakční obrazec je dán konstruktivní interferencí. Amplitudové mřížky modulují amplitudu dopadající vlny a jsou vytvářeny v prostředích s periodicky proměnnou absorpcí. Fázové mřížky modulují fázi a jsou realizovány na materiále s periodicky proměnným indexem lomu nebo reliéfem.

Jiné dělení rozlišuje mezi tenkými a objemovými mřížkami. V případě tenkých mřížek světlo při průchodu interaguje pouze s malým počtem period. Úloha je řešitelná pomocí skalární teorie difrakce. Pozorujeme větší množství difrakčních řád. Polohy těchto řádu splňují podmínku

$$\sin \theta_m - \sin \theta_i = m \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (3)$$

kde  $\theta_m$  je úhel difrakce do  $m$ -tého difrakčního řádu,  $\lambda$  je vlnová délka dopadajícího světla a  $\Lambda$  je mřížková perioda.

U objemových mřížek je difrakce ovlivněna větším počtem period. Kromě prvního a nultého difrakčního řádu ostatní prakticky zanikají. K maximálnímu posílení prvního řádu dochází při dodržení Braggovy podmínky

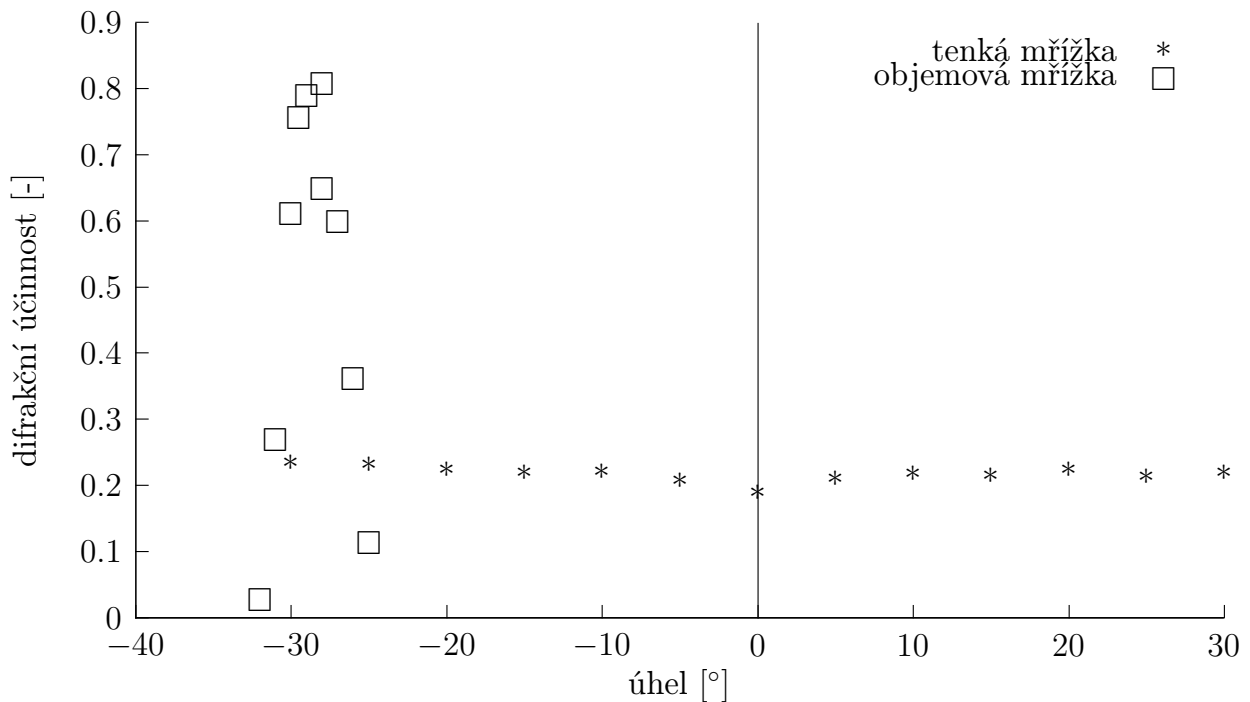
$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_i, \quad (4)$$

kde  $\mathbf{K}$  je mřížkový vektor,  $|\mathbf{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda}$ ,  $\mathbf{k}_d$  a  $\mathbf{k}_i$  jsou vlnové vektory difraktované a dopadající vlny. Tyto tři vektory tvoří rovnoramenný trojúhelník se základnou  $\mathbf{K}$ .

### 3.2.1 Měření difrakční účinnosti mřížek

Selektivní křivka je závislost difrakční účinnosti prvního řádu mřížky na úhlu dopadu. Výsledná selektivní křivka pro první řád je na grafu 1. Je vidět, že objemová mřížka je velmi selektivní. Braggův úhel pro objemovou mřížku vyšel  $(28,5 \pm 0,2)^\circ$ . Pro tenkou mřížku pozorujeme takřka konstantní účinnost, pouze v okolí nuly je patrný mírný propad.

Je třeba podotknout, že intenzita použitého svazku byla 6,66 mW.



Graf 1: Selektivní křivka pro objemovou a tenkou mřížku. Objemová mřížka je velmi selektivní. Braggův úhle jsme stanovili na  $(28,5 \pm 0,2)^\circ$ .

### 3.2.2 Prostorové periody mřížek

Vyjdeme-li z rovnice 3 a přihlédneme-li k uspořádání na schématu 1, zjistíme, že pro mřížkovou periodu získáváme vztah

$$\Lambda = m \frac{\lambda}{\sin \theta_m} = m \lambda \frac{\sqrt{d^2 + x_m^2}}{x_m}.$$

Naměřená data postupně pro obě tenké a objemovou mřížku najdete v tabulkách 5, 6 a 7. Periody vyšly postupně  $(5,40 \pm 0,06) \mu\text{m}$ ,  $(9,83 \pm 0,02) \mu\text{m}$  a  $(10,70 \pm 0,02) \mu\text{m}$ .

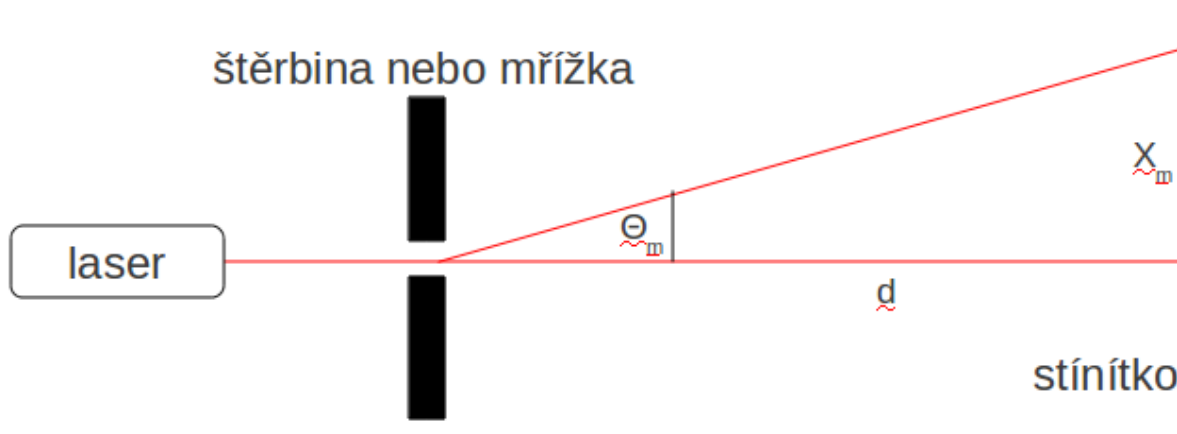


Schéma 1: Experimentální schéma pro záznam měření mřížkové konstanty nebo rozměrů překážek.

Tabulka 5: k měření a výpočtu periody první tenké fázové mřížky

| difrakční řád | poloha [cm] | perioda [ $\mu\text{m}$ ] |
|---------------|-------------|---------------------------|
| 1             | 36,1        | 5,51                      |
| 2             | 75,8        | 5,36                      |
| 3             | 119,2       | 5,32                      |
|               | 5,40        | 0,06                      |

Tabulka 6: k měření a výpočtu periody druhé tenké fázové mřížky

| difrakční řád | poloha [cm] | perioda [ $\mu\text{m}$ ] |
|---------------|-------------|---------------------------|
| 1             | 20,0        | 9,89                      |
| 2             | 40,5        | 9,83                      |
| 3             | 61,5        | 9,82                      |
| 4             | 83,5        | 9,79                      |
|               | 9,83        | 0,02                      |

Tabulka 7: k měření a výpočtu periody druhé tenké fázové mřížky

| difrakční řád | poloha [cm] | perioda [ $\mu\text{m}$ ] |
|---------------|-------------|---------------------------|
| 1             | 18,5        | 10,69                     |
| 2             | 37,0        | 10,75                     |
| 3             | 56,5        | 10,65                     |
| 4             | 76,0        | 10,70                     |
|               | 10,70       | 0,02                      |

## 4 Závěr

Prakticky jsme ověřili teoretické znalosti o difrakci na překážkách a mřížkách. Proměřili jsme rozměry apertur a periody a selektivní křivky tenkých mřížek a objemové mřížky.

## Literatura

- [1] *Návod k úloze 2* [online],  
[cit. 16. dubna 2011], [http://optics.fjfi.cvut.cz/files/pdf/ZPOP\\_02.pdf](http://optics.fjfi.cvut.cz/files/pdf/ZPOP_02.pdf)