

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyzikální elektroniky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Možnosti modifikace jaderných procesů ve  
vysokoparametrovém plazmatu**

**Possibilities of Modifications of Nuclear  
Processes in High-Parameter Plasmas**

Posluchač: Vojtěch Horný

Školitel: prof. Ing. Ladislav Drška, CSc.

Akademický rok: 2010/2011

Na toto místo přijde svázat **zadání diplomové práce!**  
V jednom z výtisků musí být **originál** zadání, v ostatních kopie.

## Čestné prohlášení

Prohlašuji na tomto místě, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

V Praze dne 7. července 2011

.....  
Vojtěch Horný

## **Poděkování**

Děkuji prof. Ladislavu Drškovi za promyšlené vedení mé bakalářské práce, za jeho ochotu a čas, který věnoval našim pravidelným konzultacím a za velmi užitečné rady, které jednak vyřešily problémy, které provázely zpracovávání této práce a jednak ještě více podnítily můj zájem o studovanou problematiku.

Dále děkuji i Doc. Milanovi Šiňorovi za jeho ochotu a vstřícnost ke třeba i neplánovaným konzultacím. V neposlední řadě děkuji svým rodičům a své přítelkyni za podporu v průběhu celého svého dosavadního studia.

*Název práce:* **Možnosti modifikace jaderných procesů ve vysokoparametrovém plazmatu**

*Autor:* Vojtěch Horný

*Obor:* Fyzikální inženýrství

*Zaměření:* Fyzikální elektronika

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* prof. Ing. Ladislav Drška, CSc., KFE FJFI ČVUT

*Konzultant:* Doc. Ing. Milan Šiňor, Dr., KFE FJFI ČVUT

*Abstrakt:* Tato bakalářská práce byla věnována seznámení se s problematikou jaderných procesů v plazmatu, jejich možných modifikací a sestavení programu pro výpočet jejich reakčních rychlostí. Tento výzkum je důležitý například pro studium a možné budoucí využití inerciální jaderné fúze. V první části je provedena rešerše metodiky výpočtů reakčních rychlostí jaderných procesů. Těžiště práce leží ve druhé části, kdy jsou pomocí vzorců představených v první části provedeny výpočty pro nemaxwellovská a jako reference i pro maxwellovská spektra iontů. Pro maxwellovská spektra bylo provedeno srovnání různých metodik výpočtů mezi sebou navzájem a také s daty z webových databází. Z nemaxwellovských spekter byla pro ilustraci vybrána rozdělení dvoutepelní a Tsalliso. Závěrečná část diskutuje jiné možné mechanismy zvyšování reakční rychlosti, jako třeba inicializace řetězových reakcí v plazmatu a započtení vlivu silných korelací ve velmi husté hmotě.

*Klíčová slova:* jaderná reakce, reakční rychlost, inerciální fúze, nemaxwellovské rozdělení, husté plazma

***Title:* Possibilities of Modifications of Nuclear Processes in High-Parameter Plasmas**

*Author:* Vojtěch Horný

*Abstract:* This bachelor work was devoted to my introduction into the problematics of nuclear processes in plasma, their possible modifications and to the preparation of the program to calculate their reaction rates. This research is important e.g. for future study and possible use of inertial nuclear fusion. The methodology of calculations of nuclear reaction rates is performed and the background theory is explained in the first chapter. The focus of the work is in the second part, where the calculations for non-Maxwellian and as a reference for Maxwellian ion spectra are performed. The comparison between different methods of calculations and data from web databases is carried out. As an illustration of non-Maxwellian spectra the two-temperature and Tsallis's distributions were chosen. The final chapter discusses other possible mechanisms of reaction rate amplifications, such as initialization of the chain reaction in plasma and considering of the influence of strong correlations in a very dense matter.

*Key words:* nuclear reaction, reaction rate, inertial fusion, non-Maxwellian distribution, dense matter

# Obsah

<b>1</b>	<b>Jaderné procesy v plazmatu</b>	<b>10</b>
1.1	Veličiny pro popis jaderných reakcí v plazmatu . . . . .	11
1.1.1	Účinný průřez . . . . .	11
1.1.2	Reakční rychlost . . . . .	11
1.1.3	Reaktivita . . . . .	12
1.2	Rozdělení rychlostí . . . . .	12
1.2.1	Maxwellovské rozdělení rychlostí . . . . .	12
1.2.2	Diskuse k maxwellovskému rozdělení . . . . .	13
1.2.3	Některá nemaxwellovská rozdělení rychlostí . . . . .	13
1.2.4	Tsallisovo rozdělení . . . . .	14
1.2.5	Druyvensteinovo rozdělení . . . . .	14
1.2.6	Dvouteplotní plazma . . . . .	16
1.3	Překonání potenciálové bariéry . . . . .	16
1.4	Výpočet výtěžku jaderné reakce . . . . .	18
1.4.1	Obecný vztah pro reaktivitu . . . . .	18
1.4.2	Gamowova reaktivita . . . . .	18
1.4.3	Reaktivita reakcí s rezonancemi . . . . .	20
1.5	Významné fúzní reakce . . . . .	20
1.5.1	Hlavní reakce řízené fúze . . . . .	20
1.5.2	Pokročilé fúzní reakce . . . . .	22
1.5.3	p-p cyklus . . . . .	23
1.5.4	CNO cyklus . . . . .	23
1.5.5	Hoření uhlíku . . . . .	24
1.6	Parametrizace účinných průřezů a reaktivit . . . . .	24
1.6.1	Parametrizace závislostí účinných průřezů na energii . . . . .	24
1.6.2	Parametrizace reaktivit . . . . .	25
<b>2</b>	<b>Výpočet reaktivity pro různé typy plazmatu</b>	<b>28</b>
2.1	Reaktivita pro maxwellovská rozdělení . . . . .	28
2.1.1	Reakce lehkých jader . . . . .	28
2.1.2	Některé nekonvenční reakce . . . . .	31
2.2	Reaktivita pro nemaxwellovská rozdělení . . . . .	33
2.2.1	Dvouteplotní plazma . . . . .	33
2.2.2	Tsallisovo rozdělení . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Modifikace jaderných procesů ve vysokoparametrovém plazmatu</b>	<b>38</b>
3.1	Zvýšení výtěžku vstřikováním rychlých iontů . . . . .	38
3.1.1	Metoda TNSA . . . . .	39
3.1.2	Metoda RPA . . . . .	40

3.1.3	Metoda S-LPA . . . . .	40
3.1.4	Užití iontových svazků pro zážeh inerciální fúze . . . . .	41
3.1.5	Výpočty pro modifikaci spektra . . . . .	42
3.2	Jaderné reakce v hustém plazmatu . . . . .	42
3.2.1	Přehled režimů fúzních reakcí . . . . .	43
3.2.2	Plazma s jedním druhem iontů . . . . .	43
3.2.3	Výpočty v jednokomponentním plazmatu . . . . .	46
3.2.4	Zvýšení výtěžku pomocí řetězových reakcí . . . . .	47
3.2.5	Měření amplifikace reakční rychlosti . . . . .	48
3.3	Přehled vysokointenzitních laserů . . . . .	49
<b>A</b>	<b>Koeficienty pro parametrizace</b>	<b>56</b>
A.1	Parametrizace BUCKY . . . . .	56
A.2	Nevinsova-Swainova parametrizace reaktivity reakce 11B-p . . . . .	56
A.3	Boschova-Haleova parametrizace . . . . .	57
<b>B</b>	<b>Seznam souborů na CD</b>	<b>58</b>



# Úvod

Výzkum fyziky plazmatu se v současné době dostává do popředí zájmu České republiky, ať už se jedná o budovaný systém ELI Beamlines, účast českých vědců na programu HiPER nebo prováděné experimenty na pražském PALSu. Tato práce se věnuje specifické oblasti fyziky plazmatu, konkrétně jejímu průniku s jadernou fyzikou.

Možnosti, jaké skýtá pochopení a uvedení jaderné fúze v běžnou praxi, jsou nezměrné. Před tímto je ale ještě třeba ujit dlouhou náročnou cestu výzkumu a experimentálního testování. Mimo klasického magnetického udržení a stlačování plazmatu existuje alternativa v podobě inerciální fúze.

Pro výzkum inerciální fúze je účelné zkoumat samotný průběh jaderných procesů v plazmatu a to, jak je možno tyto jaderné procesy modifikovat. Modifikace jaderných procesů je možná několika způsoby. Mezi hlavní z nich patří modifikace spektra částic v plazmatu, amplifikace jaderných procesů ve velmi husté hmotě a uvážení vlivu řetězových reakcí.

První kapitola této práce je věnována celkovému úvodu do jaderných procesů v plazmatu. Jsou zde zavedeny základní veličiny pro energetický popis jaderných reakcí, diskutována možná uvažovaná rozdělení rychlostí iontů a představen vztah pro výpočet reakční rychlosti. Tento vztah je aplikován na příkladu základního přiblížení, tedy plazmatu s maxwellovskou rozdělovací funkcí. Dále se kapitola zabývá i některými jadernými reakcemi, hlavně těmi, se kterými bude v daším průběhu počítáno. Nakonec jsou uvedeny i různé parametrizace účinných průřezů a reaktivit vybraných jaderných reakcí.

Druhá kapitola představuje samotné výpočty reaktivity v závislosti na teplotě nebo vůbec na rozdělení rychlostí jader v plazmatu a jeho parametrech. Výpočty jsou aplikovány zejména na reakce lehkých jader, ale také na některé nekonvenční reakce. Pokud existuje pro konkrétní reakci více parametrizací a možností výpočtu reaktivit, jsou vždy tyto možnosti mezi sebou srovnány. Stejně tak jsou výsledky vždy srovnány s daty z webových databází, jsou-li tato k dispozici.

Poslední kapitola se věnuje samotné problematice, kterou má tato bakalářská práce ve svém názvu. Jsou představeny jednotlivé možnosti modifikace jaderných procesů ve vysokoparametrovém (hustota, parametr  $\Gamma$ ) plazmatu. První pasáž se věnuje možnostem laserové generace rychlých iontů, jakou jsou metody TNSA, RPA a S-LPA. Druhá část představuje změnu výpočtu reakční rychlosti v silně vázaném (hustém) plazmatu a demonstuje tyto změny na příkladu termojaderného režimu jaderné reakce se silným stíněním. Závěrečná část kapitoly hodnotí dostupná experimentální zařízení pro modelové studie v dané problematice.

# Kapitola 1

## Jaderné procesy v plazmatu

Jadernými procesy nazýváme děje, při nichž dochází ke změně ve složení atomového jádra, nebo alespoň ke změně vnitřního pohybového stavu jádra, tzn. klidové energie jádra.

Obvykle se uvažují dva základní jaderné procesy v plazmatu [15]. Prvním z nich jsou jaderné excitace, tedy vybuzení jádra do vyššího energetického stavu. Atomová jádra v naprosté většině případů nacházejí v základním stavu, poločas excitovaných stavů je velmi krátký ( $10^{-15}$  -  $10^{-10}$  s). Jádra v plazmatu přecházejí ze základního do excitovaného stavu převážně přímou excitací, tj. pohlcením fotonu o energii stejné, jako je energetický rozdíl hladin. Jiným častým případem je nepřímý rozptyl elektronu na jádře, pokud jsou v plazmatu přítomny rychlé elektrony.

V plazmatu může docházet k excitacím také komplikovanějšími nepřímými procesy. Nepružný rozptyl může probíhat i na rychlých iontech. Jinou možností, která nastává zejména v případech, kdy jsou v plazmatu přítomny ionty s vysokým protonovým číslem, které nejsou úplně ionizovány, je vazba mezi elektronovým obalem a samotným jádrem. Pokud je vybuzen obal určitým charakteristickým způsobem, může na této vazbě dojít k rezonanci a tím k přechodu jádra do vyššího energetického stavu.

Druhým jaderným procesem v plazmatu je jaderná reakce. Jaderná reakce je jadernou přeměnou, která je vyvolána vnějším zásahem - zpravidla interakcí s další částicí. Může docházet jak ke změně struktury zúčastněných jader (změna nukleonového či protonového čísla), tak ke změně pohybového stavu zúčastněných částic (změna klidových a kinetických energií). Ve své práci se budu nadále výhradně věnovat fúzním jaderným reakcím.

**Teplota v kiloelektronvoltech** Ve fyzice plazmatu obecně [22] a v této práci se téměř výhradně používá jako jednotka teploty kiloelektronvolt, namísto standardního kelvinu. Mezi teplotou a energií je totiž velmi úzký vztah. Podle ekvipartičního teorému je energie na jednu částici  $\frac{n}{2}k_B T$ , kde  $n$  je počet stupňů volnosti, Abychom se vyhnuli nejistotě o počtu dimenzí, užívá se vztah pro energii  $\varepsilon = k_B T$ . Pro  $k_B T = 1$  keV =  $1,6 \times 10^{-16}$  J dostáváme

$$T = \frac{1,6 \times 10^{-16}}{1,38 \times 10^{-23}} = 1,16 \times 10^7.$$

Převodní vztah je tedy

$$1 \text{ keV} = 1,16 \times 10^7 \text{ K.} \quad (1.1)$$

Je také užitečné si pamatovat přepočty 1 GK = 86,17 keV, jelikož teplotu v GK udávají některé webové databáze, např. [7].

## 1.1 Veličiny pro popis jaderných reakcí v plazmatu

Mezi základní veličiny pro popis jaderných procesů v plazmatu patří účinný průřez, reakční rychlost, neboli výtěžek jaderné reakce, a reaktivita. Výtěžek bude nadefinován v sekci 1.4.

### 1.1.1 Účinný průřez

Snad nejzákladnější veličinou užívanou při popisu jaderných reakcí je účinný průřez  $\sigma$ . Názorná představa totální účinný průřez znázorňuje jako efektivní plochu koule, na které probíhá rozptyl [22]. Přesnější pohled charakterizuje účinný průřez jako pravděpodobnost vztahenou na dvojici částic, že dojde k vzájemné reakci [12].

Mějme ustálený uniformní svazek částic prvního typu o rychlosti  $v_1$  nalétávající na terčík tvořený částicemi druhého typu. Účinný průřez  $\sigma_{12}(v_1)$  je definován jako počet reakcí na jedno jádro terčíku za jednotku času, je-li terčík ostřelován jednotkovým tokem částic, tedy jednou částicí na jednotku plochy terčíku za jednotku času [12]. Jelikož tato definice obecně aplikována na pohybující se částice počítá s jejich relativní rychlostí, je tento účinný průřez symetrický a můžeme psát  $\sigma_{12}(v) = \sigma_{21}(v)$ .

Účinný průřez může být vyjádřen jako funkce těžiškové energie systému reagujících částic. Jsou-li  $m_1$  a  $m_2$  hmotnosti reagujících částic, které se vůči sobě pohybují relativní rychlostí  $v$ , a

$$m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (1.2)$$

je jejich redukovaná hmotnost, pak pro tuto těžiškovou energii platí

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_r v^2. \quad (1.3)$$

Většina experimentů ale probíhá tak, že svazek částic s energií  $\varepsilon_1$ , která je ovšem měřena v laboratorní soustavě (nikoli těžištové!), nalétává na nehybný terčík. Účinný průřez v laboratorní soustavě  $\sigma_{12}^l(\varepsilon_1)$  je pak svázán s účinný průřezem v těžištové soustavě převodem  $\sigma_{12}(\varepsilon)$

$$\sigma_{12}(\varepsilon) = \sigma_{12}^l(\varepsilon_1), \quad (1.4)$$

kde

$$\varepsilon_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \varepsilon.$$

Nyní již můžeme odkazovat na těžiškový účinný průřez ze zápisu vynechat indexy 1,2.

Mají-li jádra terčíku hustotu  $n_2$  a terčík je v klidu, nebo se všechny jeho částice pohybují stejnou rychlostí a relativní rychlost je stejná pro všechny páry jader ostřelujícího svazku a terčíku, pak je pravděpodobnost reakce částice ze svazku s jádrem v terčíku dána jako  $n_2 \sigma(v)$ . Pravděpodobnost této reakce *za jednotku času* je potom dána jako  $n_2 \sigma(v) v$ .

Jednotkou účinného průřezu je  $\text{cm}^2$ , je ale účelnější používat vhodnější jednotku barn (b). Platí převodní vztah

$$1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2 (= 10^{-28} \text{ m}^2).$$

### 1.1.2 Reakční rychlost

Mějme plazma s  $n_1$  částicemi prvního typu a  $n_2$  částicemi druhého typu na krychlový centimetr. Nechť  $v$  označuje vzájemnou relativní rychlost části. Reakční rychlost (tj. výtěžek

jaderné reakce, neboli počet reakcí na jednotkový objem a za jednotku času) je určena pomocí vztahu

$$r = \frac{1}{1 + \delta_{12}} n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle. \quad (1.5)$$

Jednotkou reakční rychlosti je  $\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$ .

### 1.1.3 Reaktivita

Veličinu

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(v) v f(v) dv \quad (1.6)$$

budu v dalším textu označovat střední reaktivita, nebo zkráceně reaktivita v souladu s pracemi [12], [19]. Práce [32] označuje tuto veličinu jako reakční rychlost na částicový pár, což není ve sporu. Reaktivita je pravděpodobnost reakce za jednotku času na jednotkovou hustotu jádra terčíku. Jednotkou reaktivity je  $\text{cm}^3\text{s}^{-1}$ .

Abychom mohli vůbec pomýšlet na výpočet reaktivity, je třeba nejprve znát závislost účinného průřezu konkrétní reakce na energii nebo rychlosti částic. Ideálně jsou k dispozici experimentální data dostupná v databázích [9], [7] a jiných. Účinné průřezy jsou přímo měřitelné pro konkrétní energie. V případě nižších energií lze přibližně účinné průřezy extrapolovat. U některých reakcí existují pouze teoretické výpočty a predikce. Dále je třeba znát i rozdělení rychlostí částic v plazmatu.

## 1.2 Rozdělení rychlostí

Rozdělení rychlostí či energií jednotlivých typů částic v plazmatu je třeba znát navzdory tomu, že výsledné reaktivity jsou silně závislé pouze na relativně úzké části rozdělení [32]. Většinou se předpokládá, že rozdělení iontů v plazmatu je maxwellovské [32],[12]. Všeobecně ve většině fyzikálních systémů skutečně rozdělení částic v rovnovážném stavu je maxwellovské. V oblastech, kterými se zabývá tato práce, se rovnovážný stav vždy po krátké době ustanoví. Výhodou maxwellovského rozdělení z hlediska modelování je skutečnost, že vzájemné srážky neovlivňují tvar rozdělovací funkce, pokud je dosaženo energetické rovnováhy. Nicméně práce [32] ukazuje, že maxwellovský pohled funguje pouze přibližně.

Máme-li rozdělení rychlostí částic ve svazku  $f(v)$ , můžeme pro střední reaktivitu psát vztah

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(v) v f(v) dv. \quad (1.7)$$

Požadujeme, aby  $f(v)$  bylo normalizované, tzn.  $\int_0^\infty f(v) dv = 1$ .

### 1.2.1 Maxwellovské rozdělení rychlostí

V řízených fúzních reakcích a v astrofyzice se obvykle setkáváme se směsí jader různých druhů v tepelné rovnováze, tedy jednoduše předpokládáme maxwellovské rozdělení rychlostí částic, tzn.

$$f_j(v_j) = \left( \frac{m_j}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_j v_j^2}{2k_B T} \right), \quad (1.8)$$

kde  $j$  značí druh částice. Pro rozdělení velikostí vzájemných velikostí rychlostí dvou různých částic pak platí

$$g(v) = 4\pi \left( \frac{m_r}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp \left( -\frac{m_r v^2}{2k_B T} \right), \quad (1.9)$$

kde  $m_r$  je jejich redukovaná hmotnost. V této práci jsou často počítány integrály přes energie, je proto důležité znát rozdělení energií iontů. Dostáváme je jako

$$f_j(\varepsilon_j) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\varepsilon_j}}{(k_B T)^{3/2}} \exp \left( -\frac{\varepsilon_j}{k_B T} \right). \quad (1.10)$$

## 1.2.2 Diskuse k maxwellovskému rozdělení

Rozdělení rychlostí částic v plazmatu se často zjednodušuje a pokládá se za maxwellovské. Některé možné odchylky od Maxwellova-Boltzmannova rozdělení jsou teoreticky odůvodňovány následujícími argumenty [32]. V kinetickém přístupu se předpokládá, že

- doba srážky je mnohem kratší než doba mezi srážkami,
- interakce je dostatečně lokalizovaná,
- rychlosti dvou částic ve stejném místě nejsou korelovány
- a energie se lokálně zachovává, když bereme v potaz pouze stupně volnosti srážejících se částic, tzn., že se nepřevádí významné množství energie do kolektivních proměnných a polí.

Z pohledu statistické mechaniky v rovnovážném stavu předpokládáme, že pravděpodobnosti rychlostí různých částic jsou nezávislé a že celková energie může být vyjádřena jako suma výrazů kvadratických v hybnosti a nezávislých na jiných proměnných a výrazů nezávislých na hybnosti. Pokud by první dva předpoklady neplatily, výsledná dvoučásticová interakce by nebyla lokální a závisela na hybnostech a energiích částic.

Dá se shrnout, že ačkoli předpokládáme maxwellovská jednočásticová rozdělení, je třeba dalších předpokladů o korelacích mezi částicemi, abychom mohli prohlásit, že rozdělení relativních rychlostí, což je relevantní veličina potřebná pro výpočet reakční rychlosti, je také maxwellovské.

Ve sekci práce věnující se výpočtům se zaměřím výhradně nemaxwellovská rozdělení, která jsou však deriváty rozdělení Maxwellova-Boltzmannova. První oblasti se budeme věnovat plazmatu, kde se vyskytují dvě maxwellovská maxima. Tomuto případu odpovídá situace, kdy jsou v plazmatu dvě teploty iontů alespoň jednoho druhu. Druhou oblastí jsou rozdělení Tsallisovo a Druyvensteinovo, která vznikla malou opravou rozdělení Maxwellova-Boltzmannova.

## 1.2.3 Některá nemaxwellovská rozdělení rychlostí

Jednou z nejzákladnějších rovnic ve fyzice plazmatu je rovnice Fokkerova-Planckova. Zapsána v Landauově formě má tvar [22]

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, v) = \frac{\partial}{\partial v} \left( J(v) f(t, v) + \frac{\partial}{\partial v} D(v) f(t, v) \right), \quad (1.11)$$

kde  $f(v, t)$  je rozdělovací funkce částic vzhledem k jejich rychlosti  $v$  a čase  $t$  a  $J(v)$  a  $D(v)$  jsou koeficienty dynamického tření a difuze. Stacionární distribuce jsou asymptotická řešení této rovnice. V jednoduchém (brownovském) případě se předpokládá [32]  $J(v) = v/\tau$  a  $D(v) = \varepsilon/\tau$ , kde  $\tau$  má rozměr času a  $\sqrt{\varepsilon}$  rychlosti. V rovnovážném stacionárním stavu očekáváme Maxwelllovo rozdělení, tj.

$$f(v) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t, v) \sim \exp\left(-\frac{v^2}{2\varepsilon}\right) = \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right). \quad (1.12)$$

V práci [45] se zobecnila standardní Brownova kinetika a koeficienty dynamického tření a difuze se rozvinuly do druhého řádu v rychlostech, tzn.

$$J(v) = \frac{v}{\tau} \left(1 + \beta_1 \frac{v^2}{\varepsilon}\right), \quad (1.13)$$

$$D(v) = \frac{\varepsilon}{\tau} \left(1 + \gamma_1 \frac{v^2}{\varepsilon}\right). \quad (1.14)$$

Tyto vyšší členy mohou být interpretovány jako znaky nelokálnosti ve Fokkerově-Planckově rovnici.

#### 1.2.4 Tsallisovo rozdělení

Pokud uvažujeme pouze nelineárnost u koeficientu difuze, zatímco koeficient dynamického tření ponecháváme lineární, tj.  $\beta_1 = 0 \wedge \gamma_1 \neq 0$ , získáme Tsallisovo rozdělení [45]

$$f(v, T, q) = \left[1 + (q-1) \frac{mv^2}{2k_B T}\right]^{1/(1-q)} \Theta \left[1 + (q-1) \frac{mv^2}{2k_B T}\right], \quad (1.15)$$

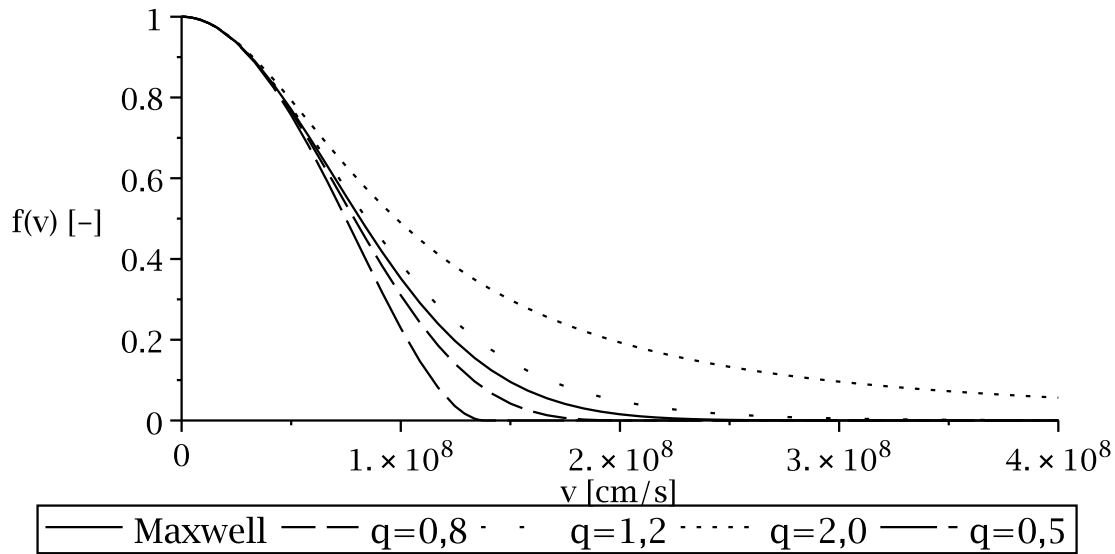
kde  $q-1 = 2\gamma_1/(2\gamma_1+1)$ ,  $\Theta$  je Heavisideova funkce a  $k_B T/m = \varepsilon(2-q)$ . Tsallisovo rozdělení se v pro  $\gamma_1 \rightarrow 0$ , tj.  $q \rightarrow 1$  limitně blíží Maxwellovu rozdělení. Parametr  $q$  se nabývá hodnot lišících se na místě setin od 1. Graf na obrázku 1.1 ukazuje průběh Tsallisova rozdělení rychlostí pro různé hodnoty parametru  $q$  ve srovnání s Maxwellovým rozdělením pro deuteronový plyn, je-li  $k_B T = 10$  keV. Parametr  $q$  je záměrně volen nerealisticky vysoký i nízký, abychom zdůraznili tendence, jak se rozdělovací funkce liší od maxwellovské. Vynesení reálných hodnot  $q$  by učinilo obrázek nepřehledným.

#### 1.2.5 Druyvensteinovo rozdělení

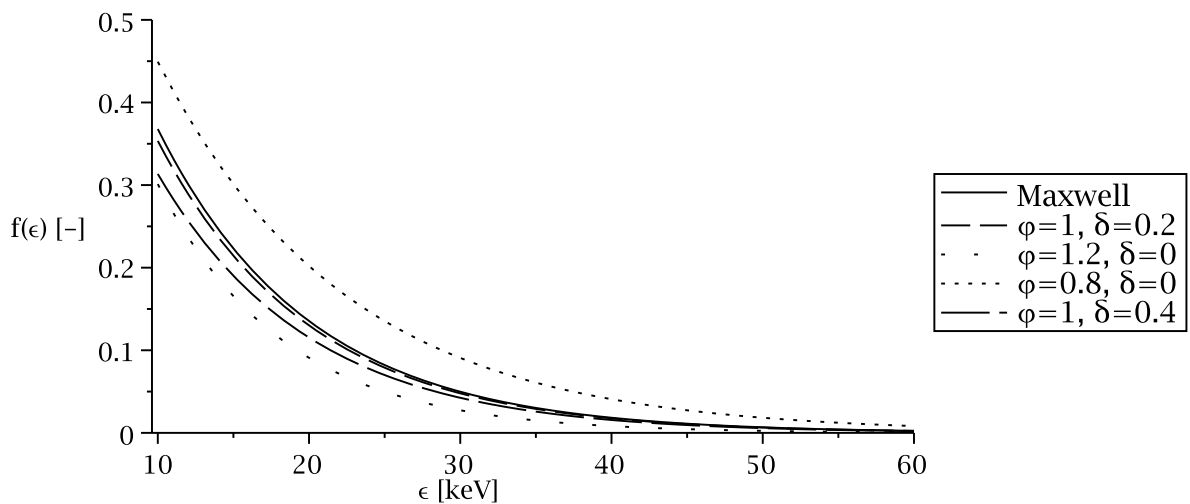
Druyvensteinovo nachází uplatnění mimo jiné v popisu plazmatu ve Slunci. Bere ohled na lokální elektrická pole jednotlivých částí, a to, jak tyto mikropole ovlivňují fluktuační v systému a mohou způsobovat anomální efekty. Tato problematika je podrobně diskutována v [42]. Tyto anomální efekty mohou být částečně zachyceny [32], použije-li se Druyvensteinovo rozdělení

$$f(\varepsilon) \sim \exp \left[ -\hat{\varphi} \frac{\varepsilon}{k_B T} - \hat{\delta} \left( \frac{\varepsilon}{k_B T} \right)^2 \right]. \quad (1.16)$$

Symbols  $\hat{\varphi}$  a  $\hat{\delta}$  mají význam jakýchsi vah. Obecně se dá říci, že  $\hat{\varphi}$  je velmi blízké jedné a  $\hat{\delta} \ll 1$ . Diskuse, jak volit hodnoty těchto parametrů, je provedena ve článku [32].



Obrázek 1.1: Srovnání Tsallisova rozdělení s různými hodnotami parametru  $q$  s Maxwellovým rozdělením. Graf ukazuje rozdělení rychlostí pro deuteronový plyn, je-li  $k_B T = 10$  keV. Rozdělení je normalizováno tak, aby platilo  $f(0) = 1$ .



Obrázek 1.2: Srovnání Druyvensteinova rozdělení s různými hodnotami parametrů  $\hat{\phi}$  a  $\hat{\delta}$  s Maxwellovým rozdělením, je-li  $k_B T = 10$  keV. Rozdělení je normalizováno tak, aby platilo  $f(0) = 1$ .

Můžeme najít analogii s Tsallisovým rozdělením z hlediska Fokkerovy-Planckovy rovnice 1.11. Uvažujeme tentokrát lineární průběh koeficientu difuze  $D(v)$ , tedy  $\gamma_1 = 0$ , a nelinearitu v koeficientu dynamického tření  $J(v)$ , tj.  $\beta_1 \neq 0$  a získáváme

$$f(v) \sim \exp \left[ -\frac{v^2}{2\varepsilon} - \beta_1 \left( \frac{v^2}{2\varepsilon} \right)^2 \right].$$

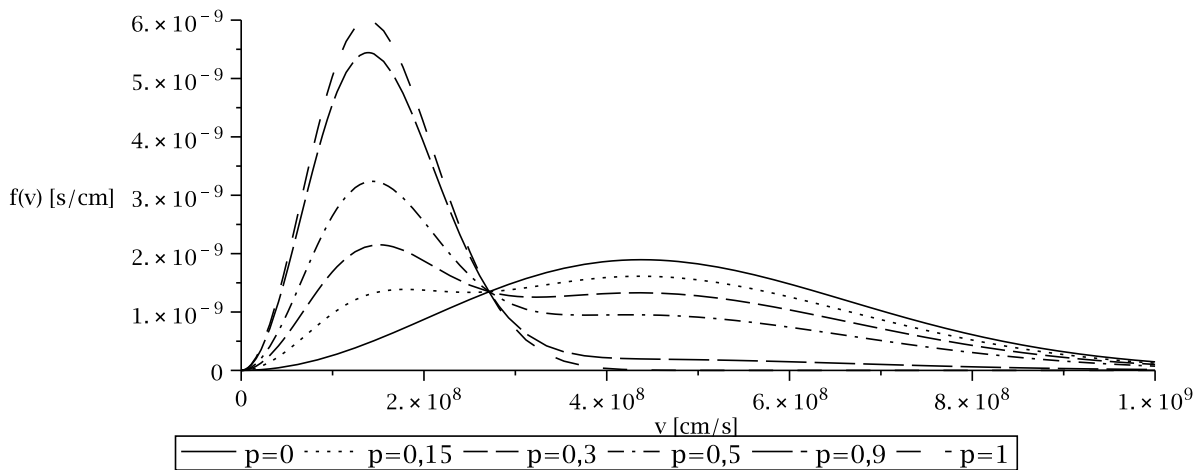
Opět analogicky platí, že limitním případem pro  $\hat{\varphi} \rightarrow 1$  a  $\hat{\delta} \rightarrow 0$  je Maxwellovo rozdělení. Graf Druyvensteinova rozdělení pro různé hodnoty parametrů  $\hat{\varphi}$  a  $\hat{\delta}$  je na obrázku 1.2.

## 1.2.6 Dvouteplotní plazma

Fyzikálně reálnou možností je, že v plazmatu se vyskytnou dvě skupiny iontů s rozdílnou dominantní teplotou. Podobné rozdělení může nastat tehdy, kdy do plazmatu s maxwellovským rozdělením proudí iontový svazek. Pro první přiblížení je možno brát rozdělení těchto iontů jako maxwellovské. Předpokládáme pak, že rozdělovací funkce je lineární kombinací dvou maxwelliánů. Mějme tedy v plazmatu  $N_1$  „chladnějších“ a  $N_2$  „teplejších“ částic s teplotami  $T_1$  a  $T_2$ . Potom celkovou rozdělovací funkci velikostí vzájemných rychlostí získáme jako

$$g(v, p, T_1, T_2) = p \cdot 4\pi \left( \frac{m_r}{2\pi k_B T_1} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left( -\frac{m_r v^2}{2k_B T_1} \right) + (1-p) \cdot 4\pi \left( \frac{m_r}{2\pi k_B T_2} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left( -\frac{m_r v^2}{2k_B T_2} \right) \quad (1.17)$$

kde  $m_r$  je redukovaná hmotnost částic,  $T_1$  a  $T_2$  jsou teploty jednotlivých dominantních skupin iontů a  $p = N_1/(N_1 + N_2)$ . Snadno se lze přesvědčit, že rozdělení je již normalizované. Příklad tohoto rozdělení rozdělení je na obrázku 1.3. Jedná se o reakci  $D(d,n)^3\text{He}$  s teplotami 10 keV a 100 keV.



Obrázek 1.3: Rozdělení rychlostí pro dvouteplotní DD plazma s dominantními teplotami 10 keV a 100 keV.

## 1.3 Překonání potenciálové bariéry

Fúzní materiály jsou často směsí dvou různých částic o hustotách  $n_1$  a  $n_2$ . Aby proběhla slučovací jaderná reakce, musí dvě kladně nabitá jádra překonat velmi silnou odpudivou



coulombovskou interakci. Jsou-li  $Z_1$  a  $Z_2$  protonová čísla reaktantů, můžeme pro potenciál psát

$$V_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}. \quad (1.18)$$

Vztah 1.18 platí na vzdálenostech větších než

$$r_n \approx 1.44 \times 10^{-13} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \text{ cm}, \quad (1.19)$$

což je přibližně součet poloměrů jednotlivých jader.  $A_1$  a  $A_2$  představují nukleonová čísla. Při menších vzdálenostech převládají jaderné síly. Výšku potenciálové bariéry dostaneme dosazením vzdálenosti 1.19 do vztahu 1.18. Dostáváme

$$V_b \approx \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{ MeV}. \quad (1.20)$$

Výška bariéry je v řádu megaelektronvoltů, tedy klasicky je velmi obtížné tuto bariéru překonat. Z kvantové mechaniky ale známe tunelový jev, který fúzní reakce s určitou nízkou pravděpodobností dovoluje.

Fúzní účinné průřezy se často aproximují výrazem

$$\sigma \approx \sigma_{geom} T R, \quad (1.21)$$

kde  $\sigma_{geom}$  je geometrický účinný průřez,  $T$  je prostupnost bariéry a  $R$  je pravděpodobnost fúzní reakce. Nyní si vyjádříme jednotlivé součinitele.

Platí

$$\sigma_{geom} \approx \left( \frac{\hbar}{m_r v} \right)^2 \sim \frac{1}{\varepsilon}, \quad (1.22)$$

kde  $m_r$  je redukovaná hmotnost a  $\hbar$  je redukovaná Planckova konstanta. Prostupnost můžeme aproximovat Gamowovým faktorem [12]

$$T \approx T_G = \exp(-2\pi\eta(E)), \quad (1.23)$$

kde  $\eta(E) = Z_1 Z_2 \alpha \sqrt{m_r c^2 / 2E}$  je Sommerfeldův parametr. Gamowův faktor proto můžeme psát jako

$$T_G = \exp(-\sqrt{\varepsilon_G / \varepsilon}). \quad (1.24)$$

Symbol  $\varepsilon_G$  představuje Gamowovu energii

$$\varepsilon_G = \pi \alpha Z_1 Z_2 \sqrt{2m_r c^2} \text{ [keV]}.$$

Symbol  $\alpha$  reprezentuje konstantu jemné struktury

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137,03604}.$$

Šance k protunelování tedy rapidně klesá se vzrůstajícím atomovým číslem a hmotností.

Faktor  $R(\varepsilon)$  v sobě zahrnuje charakteristické aspekty konkrétní jaderné reakce. Rozptyl  $R(\varepsilon)$  je velmi malý ve srovnání s velkou chybou určení  $\varepsilon_G$ .

Jelikož obvykle částice v námi uvažovaném plazmatu mají energie v řádech desítek kiloelektronvoltů, což je hluboko pod potenciálovou bariérou, pouze jejich malá část na konci spektra má šanci skutečně reagovat. Právě tyto částice hrají zásadní roli pro reakční rychlost, která je proto velmi citlivá na přesnost určení rozdělení v těchto oblastech. Podle

práce [32] i malá odchylka od maxwellovského rozdělení v této části spektra vede ke znatelné změně reakční rychlosti.

Celkově se dá shrnout závislost účinného průřezu na energii do vzorce

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{S(\varepsilon)}{\varepsilon} \exp(-\sqrt{\varepsilon_G/\varepsilon}), \quad (1.25)$$

kde funkce  $S(\varepsilon)$  je astrofyzikální S-faktor. S-faktor je mimo oblasti s rezonacemi pomalu proměnnou funkcí energie. Často se pro zjednodušení uvažuje jako konstantní, tedy nahrazuje se  $S(\varepsilon) = S(0)$ .

## 1.4 Výpočet výtěžku jaderné reakce

Reakční rychlost, neboli zkráceně výtěžek jaderné reakce, je počet uskutečněných jaderných reakcí v jednotkovém objemu plazmatu za jednotku času. Předtím, než si zavedeme korektní výpočet výtěžku, je třeba se seznámit s výpočtem dalších důležitých veličin.

### 1.4.1 Obecný vztah pro reaktivitu

Obecně se dá říci, že účinnost jaderné reakce je charakterizována reaktivitou (vztah 1.7). Vyjádříme si nyní reaktivitu

$$\langle \sigma v \rangle = \iint d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2 \sigma_{1,2}(v) v f_1(v_1); \quad (1.26)$$

kde  $v = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|$  a integrujeme přes celkem šestidimenzionální prostor rychlostí. Integrovat lze i přes proměnné vyjadřující relativní vzájemnou rychlost a rychlost pohybu těžiště. Za předpokladu maxwellovského rozdělení částic a po úpravě vyjádříme reaktivitu pomocí integrálu přes prostor energií

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{4\pi}{(2\pi m_r)^{1/2}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty \sigma(\varepsilon) \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) d\varepsilon, \quad (1.27)$$

kde  $m_r$  je redukovaná hmotnost reagujících částic, což je obecná formule pro výpočet fúzní reaktivity pro maxwellovská rozdělení rychlostí [12].

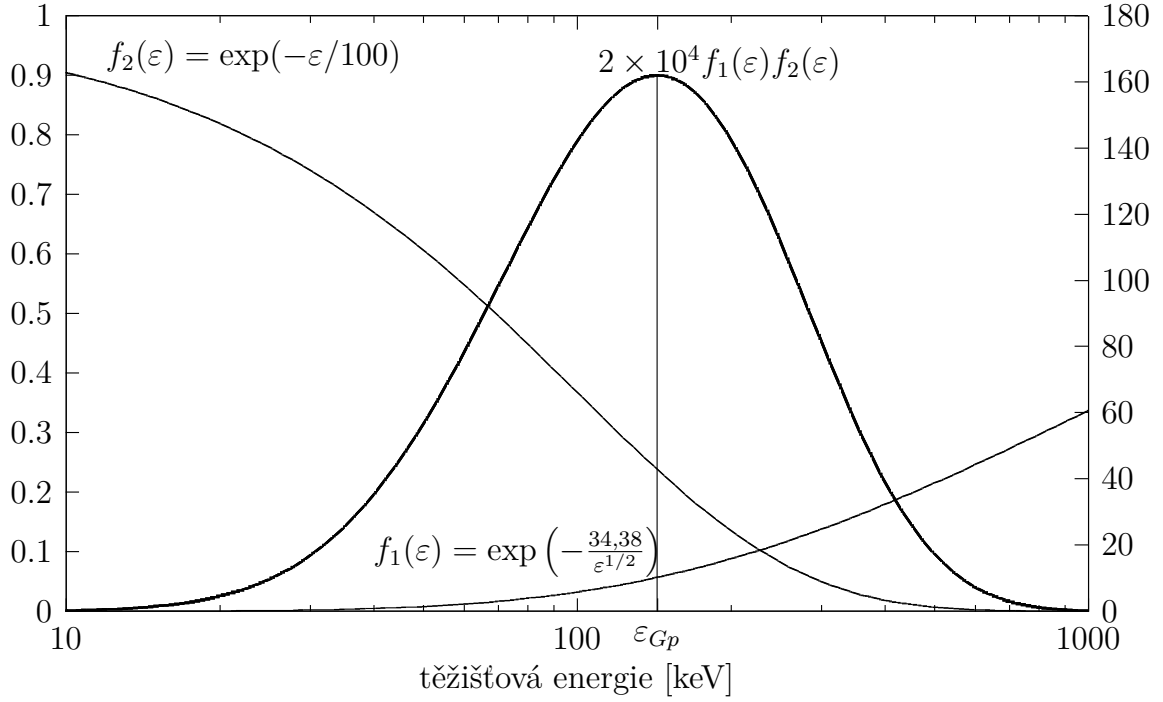
### 1.4.2 Gamowova reaktivita

Uvažujme případ jednoduchý nedegenerovaného a nerelativistického plazmatu, kde kvantové efekty jsou malé a vůbec celý systém je v termodynamické rovnováze. V tomto případě můžeme považovat rozdělení rychlostí částic za maxwellovské. Použijeme-li parametrizaci účinného průřezu podle vztahu 1.25, dostáváme pro integrand ze vztahu 1.27 jednoduchý vztah

$$\sigma(\varepsilon) \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) = S(\varepsilon) \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon_G}{\varepsilon}\right)^{1/2} - \frac{\varepsilon}{k_B T}\right] = S(\varepsilon) g(\varepsilon, k_B T) \quad (1.28)$$

K zajímavému zjednodušení dochází pro nízké teploty. Integrand si můžeme rozepsat jako

$$S(\varepsilon) \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon_G}{\varepsilon}\right)^{1/2} - \frac{\varepsilon}{k_B T}\right] \approx S(0) f_1(\varepsilon) f_2(\varepsilon). \quad (1.29)$$



Obrázek 1.4: Gamowův peak pro reakci DT (1.38) při teplotě 100 keV. Je vidět, že největší měrou přispěje do integrálu v 1.27 interval energií od 10 po 1000 keV. Ostatní energie je možno zanedbat. Hodnoty funkcí  $f_1$  a  $f_2$  jsou na ose vlevo, hodnota funkce  $2 \times 10^4 f_1(\varepsilon)f_2(\varepsilon)$  na pravé ose.

Funkce  $f_1(\varepsilon)$  představuje rychle rostoucí výraz  $\sim \exp(-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_G}})$ , tedy člen úměrný faktoru prostupnosti potenciálové bariéry. Funkce  $f_2(\varepsilon)$  kopíruje maxwellovskou rozdělovací funkci iontů, která pro energie rostoucí nade všechny meze klesá k nule. Obrázek 1.4 ilustruje tvar integrandu z rovnice 1.27 a tvar funkcí  $f_1(\varepsilon)$  a  $f_2(\varepsilon)$  na reakci tricia s deuteriem 1.38.

Funkce za integrálem nabývá svého maxima v bodě

$$\varepsilon_{Gp} = \left( \frac{\varepsilon_G (k_B T)^2}{4} \right)^{1/3} = \xi k_B T, \quad (1.30)$$

zvaném Gamowův peak [12], neboli nejefektivnější energie [32], kde

$$\xi = 6,2696 (Z_1 Z_2)^{2/3} A_r^{1/3} T^{-1/3} \quad (1.31)$$

a  $A_r = m_r/m_p$ ,  $m_p$  značí hmotnost protonu a  $m_r$  je redukovaná hmotnost.

Ve výrazu z rovnice 1.28 si můžeme rozvinout výraz v exponentu podle Taylora

$$S(\varepsilon) \exp \left[ - \left( \frac{\varepsilon_G}{\varepsilon} \right)^{1/2} - \frac{\varepsilon}{-k_B T} \right] \approx S(\varepsilon) \exp \left[ -3\xi + \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{Gp}}{\Delta/2} \right)^2 \right], \quad (1.32)$$

kde

$$\Delta = \frac{4}{\sqrt{3}} \xi^{1/2} k_B T \quad (1.33)$$

Nyní již lze integrál 1.27 vypočítat, dostáváme tzv. Gamowovu reaktivitu

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{8}{\pi \sqrt{3}} \frac{\hbar}{m_r Z_1 Z_2 e^2} \bar{S} \xi^2 \exp(-3\xi). \quad (1.34)$$

Hodnota  $\bar{S}$  značí střední hodnotu  $S$ , závisí-li  $S$  málo na  $\varepsilon$ , pak je možné jednoduše nahradit  $\bar{S} = S_0$ . Dosadíme-li za konstanty v 1.34, dostáváme

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{6,4 \times 10^{-18}}{A_r Z_1 Z_2} S \xi^2 \exp(-3\xi) \text{ [cm}^3/\text{s; keVb, } \xi \text{ dle 1.31]}. \quad (1.35)$$

Je nutno si uvědomit, nejefektivnější energie může být mnohem větší, než  $k_B T$ . Přihlédneme-li k rovnici 1.30, pak  $\xi \gg 1$ . Například pro reakci  ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$  je  $\xi = 16,8$ . To znamená, že méně než 40 ppm částic má energii alespoň tak velkou, jako  $k_B T$  [32]. Gamowovu reaktivitu můžeme použít pro reakce, které nevykazují rezonance v relevantních oblastech energií.

### 1.4.3 Reaktivita reakcí s rezonancemi

Vyazuje-li reakce rezonance v intervalu zajímavém daný jaderný proces, astrofyzikální S-faktor silně závisí na energii. Pochopitelně tedy nemůžeme použít zjednodušení předchozího modelu. Je však možno užít Breitův-Wignerův vztah pro účinný průřez [12], pak dostáváme pro reaktivitu v okolí rezonancí

$$\langle \sigma v \rangle \simeq \sigma(\varepsilon_r) f(\varepsilon_r) v_r \frac{\Gamma}{2} \propto T^{-3/2} \exp\left(\frac{\varepsilon_r}{T}\right). \quad (1.36)$$

Hodnoty  $\varepsilon_r$ ,  $\Gamma$  a  $v_r = \sqrt{2\varepsilon_r/m_r}$  jsou postupně energie, na které nastává rezonance, šířka rezonance a rychlost příslušná energii rezonance. Jde vlastně o velice hrubé zjednodušení integrálu 1.27. Předpokládá se, že do integrálu přispívá pouze úzký energetický interval v okolí rezonance. Je nutné zdůraznit, že stále předpokládáme maxwellovské rozdělení rychlostí reagujících částic.

## 1.5 Významné fúzní reakce

Tabulka 1.1 ukazuje přehled parametrů některých významných fúzních reakcí. Veličina  $Q$  je uvolněná energie vypočtená podle vzorce

$$Q = \left( \sum_{\text{reaktanty}} m_r - \sum_{\text{produkty}} m_p \right) c^2 \quad (1.37)$$

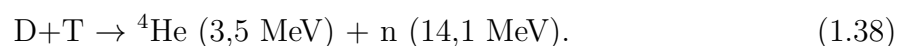
$S_0 = S(0)$  je hodnota S-faktoru pro nulovou energii. Touto hodnotou se někdy nahrazuje závislost  $S = S(\varepsilon)$  ve vztahu 1.25, samozřejmě na úkor přesnosti. Gamowův faktor je ve sloupci označeném  $\varepsilon_G$ .

Užitečný přehled velikostí účinných průřezů pro vybrané reakce poskytuje tabulka 1.2. Průběh závislosti účinného průřezu vybraných reakcí na energii srážky poskytuje výborný obrázek 1.5 ze zdroje [12].

### 1.5.1 Hlavní reakce řízené fúze

Podívejme se nyní na reakce mezi izotopy vodíku. Díky atomovému číslu  $Z=1$  mají tyto reakce poměrně malou hodnotu Gamowa faktoru a tedy mají relativně vysokou schopnost tunelování. Jejich astrofyzikální S-faktor je relativně vysoký.

Největší účinný průřez má reakce deuteria s triciem, tedy

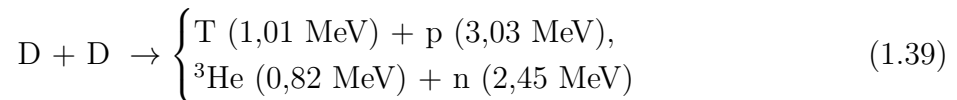


Tabulka 1.1: Přehled některých základních fúzních reakcí s parametry pro výpočet účinného průřezu. Zdroje: [12], [15], [7],[10],[38], [46].

	$Q$ [MeV]	$S_0$ [keVb]	$\sqrt{\varepsilon_G}$ [keV <sup>1/2</sup> ]
Hlavní reakce řízené fúze			
$D + T \rightarrow {}^4\text{He} + n$	17,59	$1,2 \times 10^4$	34,38
$D + D \rightarrow T + p$	4,04	56 [12]; 60,1 [46]	31,40
$D + D \rightarrow {}^3\text{He} + n$	3,27	54 [12]; 57,4 [46]	31,40
$D + D \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$	23,85	$4,2 \times 10^{-3}$	31,40
$T + T \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$	11,33	138	38,45
Pokročilejší jaderné reakce			
$D + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p$	18,35	$5,9 \times 10^3$	68,75
$p + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^3\text{He}$	4,02	$5,5 \times 10^3$	87,20
$p + {}^7\text{Li} \rightarrow 2{}^4\text{He}$	17,35	80	88,11
$p + {}^{11}\text{B} \rightarrow 3 {}^4\text{He}$	8,68	$2 \times 10^5$	150,30
$D + {}^6\text{Li} \rightarrow 2 {}^4\text{He}$	22,4	$4,6 \times 10^4$	66,61
p-p cyklus			
$p + p \rightarrow D + e^+ + \nu$	1,44	$4,0 \times 10^{-22}$	22,20
$D + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5,49	$2,5 \times 10^{-4}$	25,64
${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$	12,86	$5,4 \times 10^3$	153,80
CNO cyklus			
$p + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{13}\text{N} + \gamma$	1,94	1,34	181,0
$[{}^{13}\text{N} \rightarrow {}^{13}\text{C} + e^+ + \nu + \gamma]$	2,22	-	-
$p + {}^{13}\text{C} \rightarrow {}^{14}\text{N} + \gamma$	7,55	7,6	181,5
$p + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{15}\text{O} + \gamma$	7,29	3,5 [12]; 1,6 [38], [10]	212,4
$[{}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N} + e^+ + \nu + \gamma]$	2,76	-	-
$p + {}^{15}\text{N} \rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^4\text{He}$	4,97	$6,75 \times 10^4$	212,8
Hoření uhlíku			
${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C} \rightarrow \begin{cases} {}^{20}\text{Ne} + {}^4\text{He} \\ {}^{23}\text{Na} + p \\ {}^{24}\text{Mg} + \gamma \end{cases}$	4,62	$8,83 \times 10^{19}$	2769

Velikost  $\sigma$  dosahuje až 5 barnů při nízkých energiích (64 keV). Uvolňuje se velké množství energie, při každé reakci 17,6 MeV. Účinný průřez této reakce je charakterizován rezonancí okolo svého maxima (viz obrázky 1.6, 1.5). Důvodem je vznik složeného jádra  ${}^5\text{He}$ .

Reakce



jsou stejně pravděpodobné. Při energiích mezi 10 a 100 keV je účinný průřez přibližně 100-krát menší než u reakce DT. Reakce  $D(d,\gamma){}^4\text{He}$  je velmi nepravděpodobná. Uvolňuje se u ní ale energie 23,85 MeV, tedy řádově více.

Reakce



má účinný průřez srovnatelný se reakcemi dvou deuterií. Jelikož vznikají tři produkty, energie příslušná každému z nich není jednoznačně určitelná pouze ze zákonů zachování.

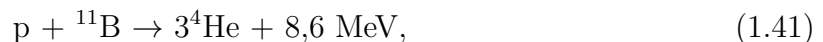
Tabulka 1.2: Účinné průřezy při těžišťové energii 10 keV a 100 keV, maximální a minimální hodnota účinného průřezu  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{min}$ , energie příslušející maximální hodnotě  $\varepsilon_{max}$ . Hodnoty označené hvězdičkou jsou vypočtené teoreticky, ostatní jsou naměřené.

Reakce	$\sigma$ (10 keV) [b]	$\sigma$ (100 keV) [b]	$\sigma_{max}$ [b]	$\varepsilon_{max}$ [keV]
$D + T \rightarrow {}^4\text{He} + n$	$2,72 \times 10^{-2}$	3,43	5,0	64
$D + D \rightarrow T + p$	$2,81 \times 10^{-4}$	$3,3 \times 10^{-2}$	0,096	1250
$D + D \rightarrow {}^3\text{He} + n$	$2,78 \times 10^{-2}$	$3,7 \times 10^{-2}$	0,11	1750
$T + T \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$	$7,90 \times 10^{-4}$	$3,4 \times 10^{-2}$	0,16	1000
$D + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p$	$2,2 \times 10^{-7}$	0,1	0,9	250
$p + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^3\text{He}$	$6 \times 10^{-10}$	$7 \times 10^{-3}$	0,22	1500
$p + {}^{11}\text{B} \rightarrow 3 {}^4\text{He}$	$4,6 \times 10^{-17*}$	$3 \times 10^{-4}$	1,2	550
$D + {}^6\text{Li} \rightarrow 2 {}^4\text{He}$	-	$1,22 \times 10^{-3}$	0,03	670
$p + p \rightarrow D + e^+ + \nu$	$3,6 \times 10^{-17*}$	$4,4 \times 10^{-25*}$		
${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ (všechny případy)		$5,0 \times 10^{-103}$		

## 1.5.2 Pokročilé fúzní reakce

Při reakcích mezi izotopy vodíku a lehkými jádry je Gamowův faktor vyšší než u předchozí skupiny. Účinné průřezy jsou proto při relativně nízkých energiích nižší. Při vyšších energiích pak  $\sigma$  nabývá hodnot mezi účinnými průřezy reakcí DD a DT.

Zajímavá je reakce protonu s borem



protože jde o silně exotermické reakce bez produkce neutronů. Účinný průřez vykazuje velmi úzkou rezonanci na  $\varepsilon = 148 \text{ keV}$ , kde S-faktor dosahuje 3500 MeVb a širší maximum na  $\varepsilon = 580 \text{ keV}$ , kde  $S \approx 380 \text{ MeVb}$ . Této reakci budu v této práci věnovat zvýšenou pozornost. Možnost vzniků jiných produktů, tedy reakcí

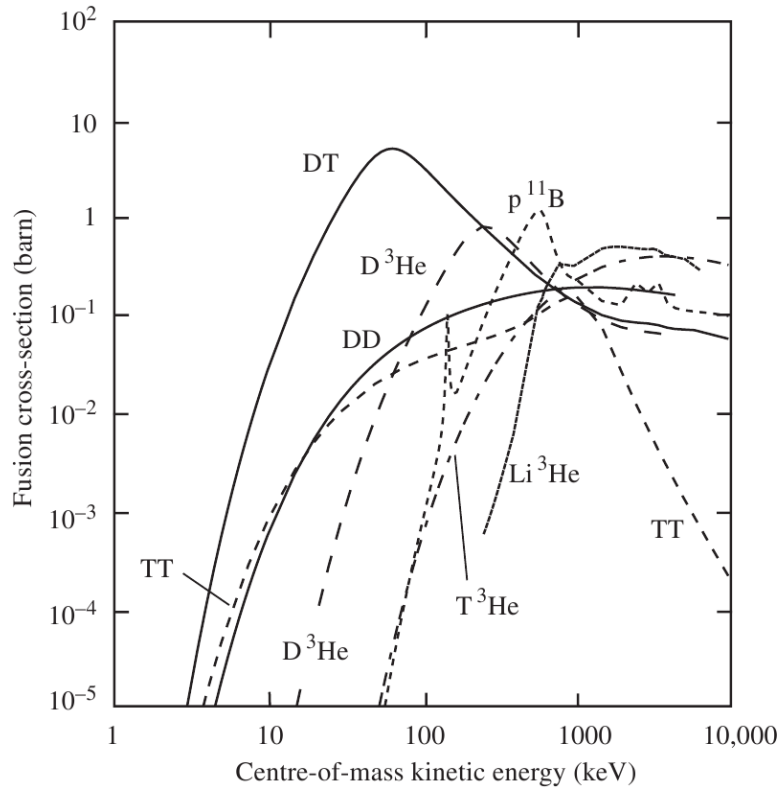


je omezena. První z nich má malý účinný průřez a ačkoli je energeticky velmi zajímavá, takřka k ní nedochází. Druhá z nich je endotermická a pro její vybuzení je třeba energie 3 MeV.

Při reakci deuteria s  ${}^6\text{Li}$  může dojít celkem k sedmi exotermickým reakcím [16]. Nejvíce energie se uvolní při reakci



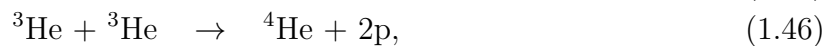
Z tohoto důvodu je tato reakce nesmírně zajímavá pro budoucí využití ve fúzních elektrárnách. Bohužel jsem pro tuto reakci neobjevil veřejná data závislosti reaktivity na teplotě pod 1 MeV. Tato data jsou patrně zajímavá pro zbrojní fyziku. Z důvodu nedostatku dat se této reakci budu věnovat pouze okrajově.



Obrázek 1.5: Závislost účinného průřezu na těžiškové energii vybraných reakcí v rozmezí uvažovaném pro kontrolovanou fúzi. Obrázek převzat z [12]

### 1.5.3 p-p cyklus

Reakce souhrnně označované jako p-p cyklus, tedy



jsou zdrojem sluneční energie a předmětem zkoumání astrofyziky [31]. První dvě reakce cyklu mají nejnižší hodnotu Gamowovy energie vůbec, nicméně jejich účinný průřez je mnohem menší než u předchozích reakcí. Při reakci dvou protonů nastává malá pravděpodobnost  $\beta$ -rozpadu. V důsledku toho je hodnota S-faktoru této reakce asi o 25 řádů nižší než u reakce DT.

### 1.5.4 CNO cyklus

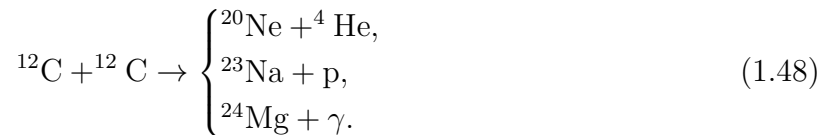
CNO cyklus (podle symbolů prvků uhlík, dusík, kyslík) je cyklus přeměny vodíkových izotopů na hélium, který dominuje ve hvězdách s teplotou vyšší než 1,5 keV[10], ve chladnějších hvězdách nad ním převládá pp cyklus. Ve Slunci je jeho podíl na uvolněné energii jadernou syntézou menší než 1%[20]. Je předmětem usilovného výzkumu. Ačkoli S-faktory reakcí v cyklu nejsou malé, vysoký Gamowův faktor způsobí, že jejich účinné průřezy jsou velmi malé pro nízké teploty. V této práci se okrajově věnuji reakci



demonstrují na ní význam výzkumu nemaxwellovských rozdělání v astrofyzice. Reakční rychlost této reakce je 100 nižší, než u ostatních reakcí v CNO cyklu. Uvolňuje se při ní nejvíce energie [20].

### 1.5.5 Hoření uhlíku

Reakce dvou stejných izotopů uhlíku má celkem tři možnosti průběhu. Jsou jimi



Plazma tvořené těmito jádry uhlíku je hlavní složkou některých bílých trpaslíků. Navzdory tomu, že hodnota astrofyzikálního S-faktoru je velmi vysoká, ještě pro teploty 100 keV je jejich účinný průřez pod  $10^{-100}$  b. Tato reakce nemůže probíhat v termojaderném režimu. Probíhá takřka výhradně v pyknonukleárním režimu, při hustotách od  $10^5$  g/cm<sup>3</sup> a teplotách  $T \sim (6 - 8) \times 10^8$  K, tedy (50 – 70) keV ve velkých hvězdách ( $M \geq 8M_{\text{Slunce}}$ ) a také v bílých trpaslicích při teplotách  $T \sim (1,5 - 7) \times 10^8$  K, tedy (13 – 60) keV a hustotách  $\rho \sim (2 - 5) \times 10^9$  g/cm<sup>3</sup> [27]. Tato reakce tedy bude zpracována až v poslední kapitole, kde se budeme věnovat i jiným, než termojaderným procesům.

## 1.6 Parametrizace účinných průřezů a reaktivit

Průběžně se objevovaly snahy nějak parametrizovat průběhy účinných průřezů na energii srážky pro jednotlivé reakce. Vycházelo se obvykle z experimentálních dat, nicméně pro některé (zvláště nízké) energie se nedalo vyhnout extrapolacím. V tomto oddílu je provedena rešerše fitovacích vzorců pro různé fúzní reakce. Nejvíce informací jsem čerpal ze zdrojů [16] a [19].

### 1.6.1 Parametrizace závislostí účinných průřezů na energii

**Fitovací vzorce** Pro výpočty byly v této práci použity mimo přímého splajnu experimentálních dat také fitovací vzorce. Tabulka 1.3 představuje fitovací vzorce účinného průřezu, které mohou být použity ve pseudoanalytickém výpočtu reaktivity podle vzorce 1.27. Pocházejí z různých zdrojů, do této práce byly převzaty ze článku [16], kde jsou přehledně shrnuty. V této práci jsou také odkazy na původní zdroje.

**Boschova parametrizace**  $\sigma(\varepsilon)$  Jiná skupina vzorců vychází přímo ze vzorce pro účinný průřez při maxwellovském rozdělání částic

$$\sigma(\varepsilon) = S(\varepsilon) \frac{1}{\varepsilon} \exp\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_G}{\varepsilon}}\right). \quad (1.49)$$

Pro astrofyzikální S-faktor se použije tvar Padého polynomu

$$S(\varepsilon) = \frac{A1 + \varepsilon (A2 + \varepsilon (A3 + \varepsilon (A4 + \varepsilon A5)))}{1 + \varepsilon (B1 + \varepsilon (B2 + \varepsilon (B3 + \varepsilon B4)))}. \quad (1.50)$$

Pro určení účinného průřezu je tedy třeba 10 konstant. Parametry  $A_i$ ,  $B_j$  a  $\sqrt{\varepsilon_G}$  pro reakce T(d,n)<sup>4</sup>He, <sup>3</sup>He(d,p)<sup>4</sup>He, D(d,p)T a D(d,n)<sup>3</sup>He jsou uvedeny v původní práci [19]

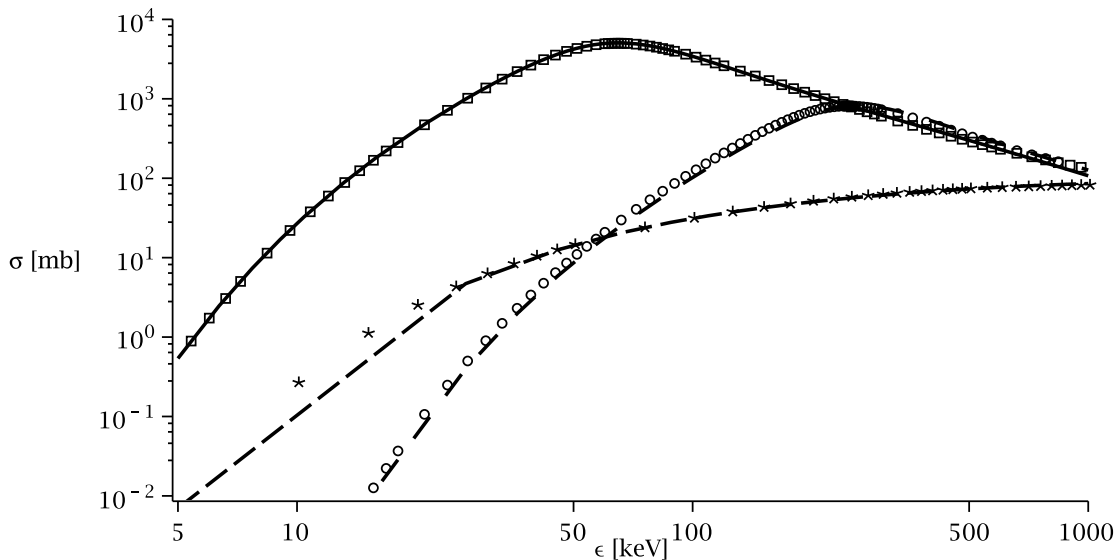


Tabulka 1.3: Fitovací vzorce pro výpočet účinných průřezů různých jaderných reakcí v závislosti na energii srážky. Energie dosahujeme v kiloelektronvoltech, účinné průřezy získáváme v barnech.

Druh reakce	$\varepsilon$ [keV]	Vzorec pro $\sigma$ [b]	Zdroj
D(d,n) <sup>3</sup> He		$\frac{107,4+0,33\varepsilon}{\varepsilon} \exp\left(-\frac{44,4}{\sqrt{\varepsilon}}\right)$	[16], [19]
<sup>6</sup> Li(d, $\alpha$ ) <sup>4</sup> He	100 - 1000	$40 \left[1 - \left(\frac{\varepsilon}{600} - 1\right)^2 / 2\right] - 5 - 55 \exp\left(-\sqrt{\frac{\varepsilon}{100}}\right)$	[16]
<sup>3</sup> He(d,p) <sup>4</sup> He	200 - 1000	$\frac{647+10900/\left[(1,297-0,00398\varepsilon)^2+1\right]}{\varepsilon \left[\exp(89,27/\sqrt{\varepsilon})-1\right]}$	[16]
<sup>11</sup> B(p, $\alpha$ ) <sup>2</sup> <sup>4</sup> He	0 - 4000	$\frac{1,08 \times 130^2}{(\varepsilon-590)^2+130^2} + 0,12 - 0,17 \exp\left[-0,1 \left(\frac{\varepsilon}{100}\right)^2\right]$	[16]
<sup>7</sup> Li(p, $\alpha$ ) <sup>4</sup> He	100 - 900	$7 \times 10^{-3} (\varepsilon/900)^{1,5}$	[16]

a také v příloze na konci práce. Graf na obrázku 1.6 zobrazuje průběh závislosti účinného průřezu na energii pro vybrané reakce lehkých jader. Graf také pro ilustraci zobrazuje experimentální data z databáze [8].

Je vidět, že tyto fitovací vzorce jsou v dobrém souladu s experimentálními daty. Energetický interval, kde můžeme závislost  $\sigma(\varepsilon)$  nahradit vzorcem 1.49 je pro reakci T(d,n)<sup>4</sup>He 0,5-550 keV, pro reakci <sup>3</sup>He(d,p)<sup>4</sup>He 0,3-900 keV a pro reakce DD dokonce 0,5-4900 keV.



Obrázek 1.6: Závislosti účinného průřezu na těžiškové energii pro reakce T(d,n)<sup>4</sup>He - plná čára a čtverečky, <sup>3</sup>He(d,p)<sup>4</sup>He - přerušovaná čára s malými mezerami a hvězdičky a D(d,p)T - přerušovaná čára s velkými mezerami a kružky. Čáry představují fit podle rovnice 1.49, body jsou experimentální data z databáze [8]. Reakce D(d,n)<sup>3</sup>He v tomto grafu není uvedena, protože závislost je velmi podobná reakci D(d,p)T.

## 1.6.2 Parametrizace reaktivit

Jelikož reaktivita  $\langle\sigma v\rangle$  hraje zásadní roli pro výpočet výtěžku jaderné reakce, objevily a stále se objevují snahy o nafitování závislosti reaktivity na teplotě plazmatu pro maxwellovské rozdělení částic. Základní rešerše je provedena v knize [12], s novým přístupem k fitování experimentálních dat přišli Bosch a Hale v práci [19]. Výpočetní kód toho fitu v jazyce C++ je představen ve článku [28].

**Fitovací vzorce** Tabulka 1.4 se poskytne základní přehled fitovacích vzorců pro výpočet reaktivity pro různé základní jaderné reakce.

Tabulka 1.4: Fitovací vzorce pro výpočet reaktivit  $\langle\sigma v\rangle$  různých jaderných reakcí.

druh reakce	T [keV]	vzorec pro $\langle\sigma v\rangle$ [ $\text{cm}^3/\text{s}$ ]	poznámka	
DT	3 - 100	$9,10 \times 10^{-16} \exp\left(-0.572 \ln\left \frac{T}{64,2}\right ^{2,13}\right)$	Hively, 1983	10%
DT	8 - 25	$1,1 \times 10^{-18} T^2$		15%
D(T,n) $^4\text{He}$	3 - 100	$2 \times 10^{-14} \frac{1+0,00577T^{0,949}}{T^{2/3}} \exp\left(-\frac{19,31}{T^{1/3}}\right)$	Hively 1977	10%
D(D,p)T	3 - 100	$2,72 \times 10^{-14} \frac{1+0,00539T^{0,917}}{T^{2/3}} \exp\left(-\frac{19,80}{T^{1/3}}\right)$	Hively 1977	10%
D $^3\text{He}$	0,5 - 100	$4,98 \times 10^{-16} \exp\left(-0.152 \ln\left \frac{T}{802,6}\right ^{2,65}\right)$	Hively 1983	10%
pp	1 - 10	$1,56 \cdot 10^{-37} T^{-2/3} \exp\left(-\frac{14,94}{T^{1/3}}\right) \times$ $\times(1 + 0,044T + 2,03 \cdot 10^{-4}T^2 + 5 \cdot 10^{-7}T^3)$	Angulo, 1999	

**Reakce  $^{11}\text{B}(p,\alpha)^4\text{He}$**  Reaktivita reakce  $^{11}\text{B}(p,\alpha)^4\text{He}$  byla vyšetřována Nevinsem a Swainem. V roce 2000 publikovali [39] fitovací vzorec pro tuto reakci:

$$\langle\sigma v\rangle = C_1 \zeta^{-5/6} \xi^2 \exp(-3\zeta^{1/3} \xi), \text{ kde} \quad (1.51)$$

$$\zeta = 1 - \frac{C_2 T + C_4 T^2 + C_6 T^3}{1 + C_3 T + C_5 T^2 + C_7 T^3} \text{ a} \quad (1.52)$$

$$\xi = C_0 / T^{1/3}. \quad (1.53)$$

Teplota je dosazována v kiloelektronvoltech, reaktivita vychází v  $\text{cm}^3/\text{s}$ . Koeficienty  $C_i$  jsou uvedeny v příloze. Parametrizace je použitelná na teplotním intervalu 50–500 keV, chyba je dle autorů do 1,5%.

**Reaktivita BUCKY** BUCKY je jednorozměrný hydrodynamický kód vyvinutý na University of Wisconsin k modelování fúzního plazmatu s vysokou hustotou energie [37]. Jeho procedura, která počítá reakční rychlosti, používá pro výpočet reaktivity fitovací vzorec ve tvaru

$$\langle\sigma v\rangle = \exp\left(\frac{A_1}{T^r} + A_2 + A_3 T + A_4 T^2 + A_5 T^3 + A_6 T^4\right). \quad (1.54)$$

Teplotu dosazujeme v kiloelektronvoltech, reaktivitu získáme v  $\text{cm}^3/\text{s}$ . Pro výpočet reaktivity v závislosti na teplotě je tedy třeba znát 7 konstant. Pro základní fúzní reakce lehkých jader jsou uvedeny ve formě převzaté ze zdroje [28] v příloze.

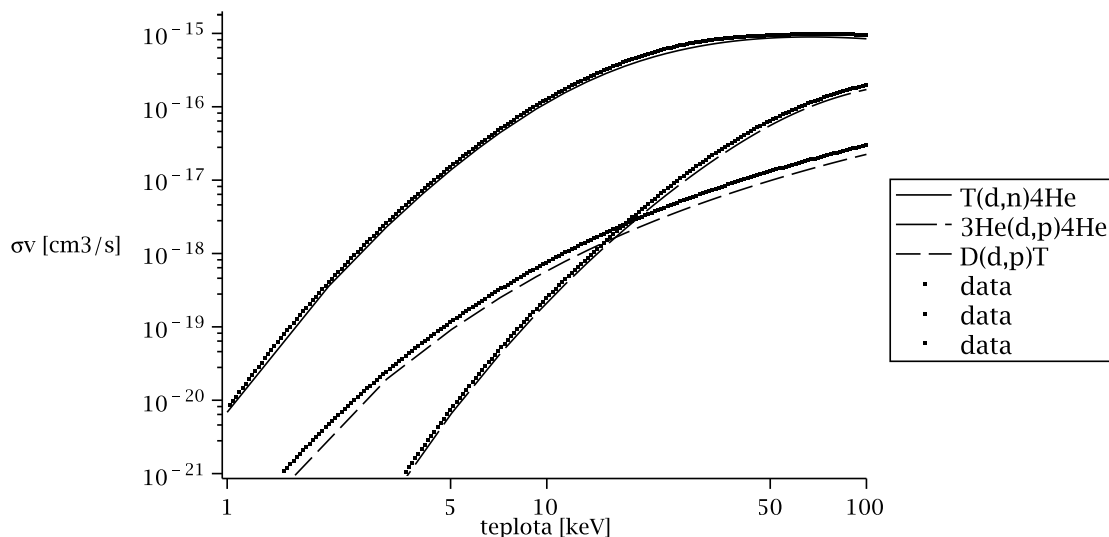
**Boschova reaktivita** Nový způsob fitování experimentálních dat pro reaktivitu představili ve své práci Bosch a Hale [19]. Vycházejí ze vztahů

$$\langle\sigma v\rangle = C_1 \theta \sqrt{\frac{\xi}{m_r c^2 T^3}} \exp(-3\xi), \quad (1.55)$$

$$\theta = T / \left(1 - \frac{T(C_2 + T(C_4 + TC_6))}{1 + T(C_3 + T(C_5 + TC_7))}\right), \quad (1.56)$$

$$\xi = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon_G}{4\theta}}. \quad (1.57)$$

Teplotu opět dosazujeme v kiloelektronvoltech, reaktivita vychází v  $\text{cm}^3/\text{s}$ . Pro proložení experimentálních dat je třeba znát 9 fitovacích konstant. Tyto konstanty jsou uvedeny v originálním článku [19] a také v příloze. Graf na obrázku 1.7 zachycuje závislost reaktivity na teplotě plazmatu pro reakce  $\text{T}(\text{d},\text{n})^4\text{He}$ ,  $^3\text{He}(\text{d},\text{p})^4\text{He}$  a  $\text{D}(\text{d},\text{p})\text{T}$ . Tyto fitovací vzorce jsou použitelné v intervalech teploty iontů 0,5 keV - 195 keV. Nepřesnosti fitu jsou 3% pro reakci DT, 6% pro reakce DD a až 10% pro reakci  $^3\text{HeD}$  [19].



Obrázek 1.7: Závislosti reaktivity na teplotě plazmatu pro reakce  $\text{T}(\text{d},\text{n})^4\text{He}$  - plná čára,  $^3\text{He}(\text{d},\text{p})^4\text{He}$  - přerušovaná dlouhá čára a  $\text{D}(\text{d},\text{p})\text{T}$  - krátká přerušovaná čára. Čáry představují fit podle rovnice 1.56, body jsou experimentální data z databáze [8]. Reakce  $\text{D}(\text{d},\text{n})^3\text{He}$  v tomto grafu není uvedena, protože závislost je velmi podobná reakci  $\text{D}(\text{d},\text{p})\text{T}$ .

# Kapitola 2

## Výpočet reaktivity pro různé typy plazmatu

Tato kapitola se zabývá vlastními výpočty reaktivity. Výtěžek ani reakční rychlost zde počítány nejsou, neboť je lze spočítat ze vztahu 1.5, kam je třeba dodat parametry plazmatu. Reaktivita je tedy veličinou, která nejvíce vystihuje konkrétní reakci při daném rozdělení rychlostí. Projdeme si postupně její výpočet pro různé typy rozdělení rychlostí v plazmatu.

Veškeré výpočty byly prováděny pomocí programu Maple 13. Bylo využito zejména integrace analytické i numerické, kubických i jiných splajnů, fitování závislostí zadanou funkcí a dalších technik. Jelikož výsledků je větší množství, rozhodl jsem je všechny zahrnout do této práce. Veškeré soubory formátu Maple Worksheet jsou ale k dispozici na přiloženém CD.

### 2.1 Reaktivita pro maxwellovská rozdělení

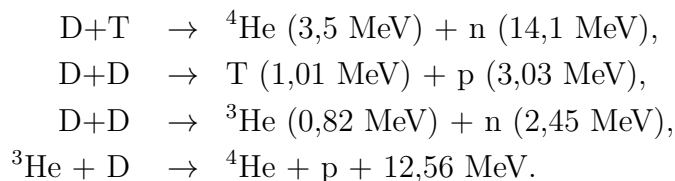
Pro základní reakce lehkých jader a pro reakci  $^{11}\text{B} + \text{p} \rightarrow 3^4\text{He}$  jsem se seznámil různými fitovacími vzorci (Hively, Nevins atd.) představenými v předchozí kapitole v tabulce 1.4, dále s parametrizací reaktivity podle práce Bosche a Halea [19] zde představených v rovnicích 1.56 a dvou následujících.

Zároveň jsem vždy provedl výpočet podle vztahu 1.27. Počítal jsem tedy Gamowovu reaktivitu; vzorec předpokládá Maxwellovo rozdělení rychlostí. Pro tento výpočet je třeba znát závislost účinného průřezu konkrétní reakce na energii srážky. Využíval jsem proto fitovací vzorce, které jsou představeny v tabulce 1.3. Pokud nebyly fitovací vzorce k dispozici, použil jsem pro parametrizaci této závislosti kubický spline experimentálních dat z databází [8] a [7].

Podívejme se nyní postupně na zpracované reakce. Začneme reakcemi lehkých jader.

#### 2.1.1 Reakce lehkých jader

Mezi reakce lehkých jader řadím pro tuto práci následující reakce



Pro jejich účinné průřezy i reaktivity existuje parametrizace představená v článku [19] (Boschova parametrizace). Dále existuje několik fitovacích vzorců, viz tabulka 1.4. Grafy

na obrázku 2.1 vykreslují závislosti reaktivity  $\langle\sigma v\rangle$  na teplotě pro maxwellovská rozdělení rychlostí.

Nejzajímavější průběh vykazuje reakce  $T(d,n)^4\text{He}$ . Dosahuje totiž maxima reaktivity  $8,95 \times 10^{-16} \text{ cm}^3/\text{s}$  pro energii 64 keV. Pro maximální výtěžek tedy není nutné ani vhodné významně zvyšovat teplotu plazmatu. Tato reakce má navíc i nejvyšší reaktivitu na sledovaném intervalu. Reaktivita reakce  ${}^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$  je čtvrtinová, reaktivita reakcí DD je o řád nižší.

Pro výpočet byly použity veškeré dostupné fitovací vzorce i samotná integrace podle vztahu 1.27 (v grafech označeno jako Atzeni). Závislost účinného průřezu na energii srážky byla v případě reakcí  $D(d,n)^3\text{He}$  a  $T(d,n)^4\text{He}$  parametrizována fitovacími vzorci z práce [16], ve zbývajících případech Boschovou parametrizací účinného průřezu.

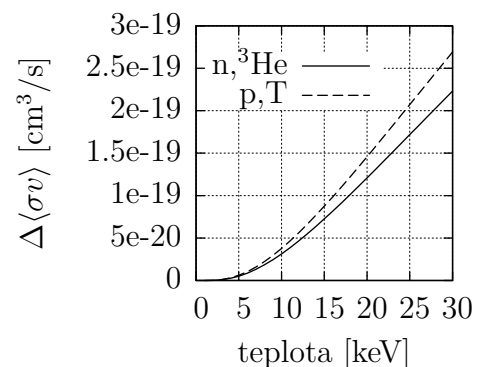
Není vůbec překvapivé, že se křivky pro integraci dle 1.27 (Atzeni, červená) a pro parametrizaci účinného průřezu podle Bosche a Halea 1.56 (Bosch&Hale '92, modrá) překrývají. Prakticky byl totiž zopakován jejich postup. Pro reakce  $D(d,n)^3\text{He}$  a  $T(d,n)^4\text{He}$  je parametrizace Bosche a Halea také k dispozici, ale v grafu jsou záměrně vyneseny jiné fitovací vzorce. Pokud by byla Boschova parametrizace použita, křivky by se opět překrývaly.

Mimo jednotlivých křivek jsou v grafu zakresleny také experimentální data z databáze [9]. Je vidět, že experimentální data na teplotním intervalu 0 - 100 keV (pro reakci  ${}^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$  0 - 200 keV) nejlépe prokládá Boschova parametrizace reaktivity. Tento interval je také autory v originální práci [19] doporučen. Nicméně ukazuje se, že i starší a jednodušší Hivelyho parametrizace je použitelná pro teplotní intervaly 0 - 100 keV. Model BUCKY uspokojivě vystihuje pouze reakci DT, použití pro ostatní reakce nelze doporučit.

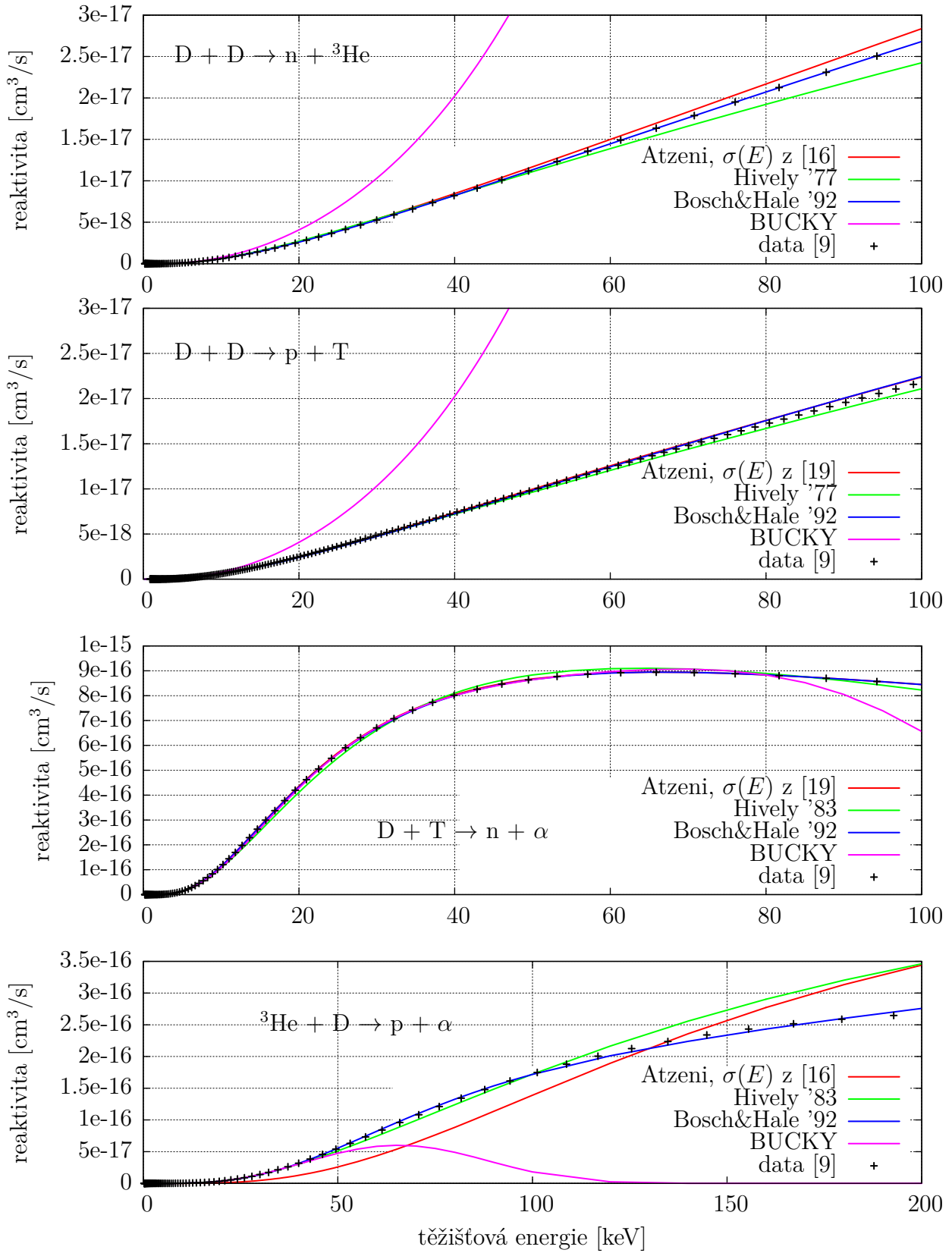
Poměr vypočtených reaktivit ke kubickému splajnu experimentálních dat ukazují grafy na obrázku 2.2. Je třeba upozornit na jiné měřítka osy y pro reakci  ${}^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$ . Tato reakce tedy nemá tak dobrou parametrizaci závislosti reaktivity na teplotě jako ostatní. Dá se ale prohlásit, že Boschova parametrizace (modré křivky) se od experimentálních dat liší maximálně o 2,5%. U ostatních reakcí je tato odchylka nanejvýše 0,35%. Chyba ostatních parametrizací je vyšší. Lze tedy doporučit používat výhradně Boschovu parametrizaci.

**Nová data** Dne 2. května 2011 vyšel v Physics Letters článek [46], na kterém se podíleli také vědci z Ústavu jaderné fyziky AV v Řeži. Článek se věnuje reakcím DD pro nízké energie, což je případ této práce. Článek tvrdí, že hodnota astrofyzikálního S-faktoru  $S(0)$  je pro reakci  $D(d,n)^3\text{He}$  ( $57,4 \pm 1,8$ ) keVb a pro reakci  $D(d,p)^4\text{He}$  ( $60,1 \pm 1,9$ ) keVb. Oproti dřívějším údajům jde o nárůst o 6%, resp. 7%. Stejně by se pro nízké teploty zvýšila i reaktivita a tedy i výtěžek této reakce! Graf na obrázku 2.3 ukazuje nárůst reaktivity, použije-li se nová hodnota  $S(0)$ .

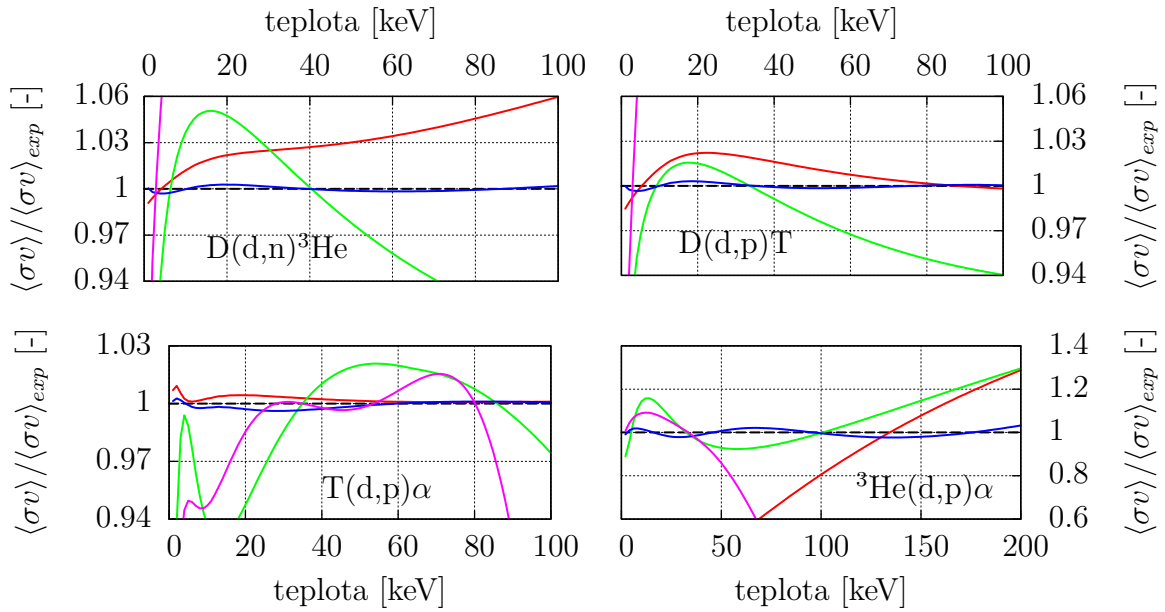
Výše uvedené tvrzení je ale ovšem nutné brát s rezervou. Práce [46] ještě nebyla kriticky zhodnocena a měření nebyla nezávisle zopakována. Proto nebylo s těmito novými údaji počítáno v této práci.



Obrázek 2.3: Nárůst reaktivity reakcí DD pro novou hodnotu  $S(0)$



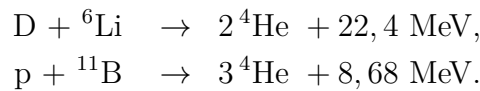
Obrázek 2.1: Vypočtené reaktivity pomocí různých fitovacích vzorců ve srovnání s daty z databáze [9] pro reakce lehkých jader.



Obrázek 2.2: Poměr vypočtených reaktivit podle různých fitovacích vzorců ke splajnu dat z databáze [9] pro vybrané reakce lehkých jader. Barvy křivek značí druh fitovacího vzorce a jsou v souladu s grafy na obrázku 2.1. Červená - Gamowova reaktivita podle vzorce 1.27. Za účinné průřezy jsou vždy zvoleny fitovací vzorce. Pro reakce  $D(d,p,T)$  a  $T(d,n)^4\text{He}$  byl použit fit účinného průřezu z tabulky 1.3, pro  $D(d,n)^3\text{He}$  a  $^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$  byla použita parametrizace účinného průřezu podle Bosche a Halea [19], vzorec 1.49; zelená - Hively, fit  $\langle\sigma v\rangle$  z tabulky 1.4; modrá - Boschova-Haleova parametrizace  $\langle\sigma v\rangle$ ; fialová - parametrizace BUCKY

### 2.1.2 Některé nekonvenční reakce

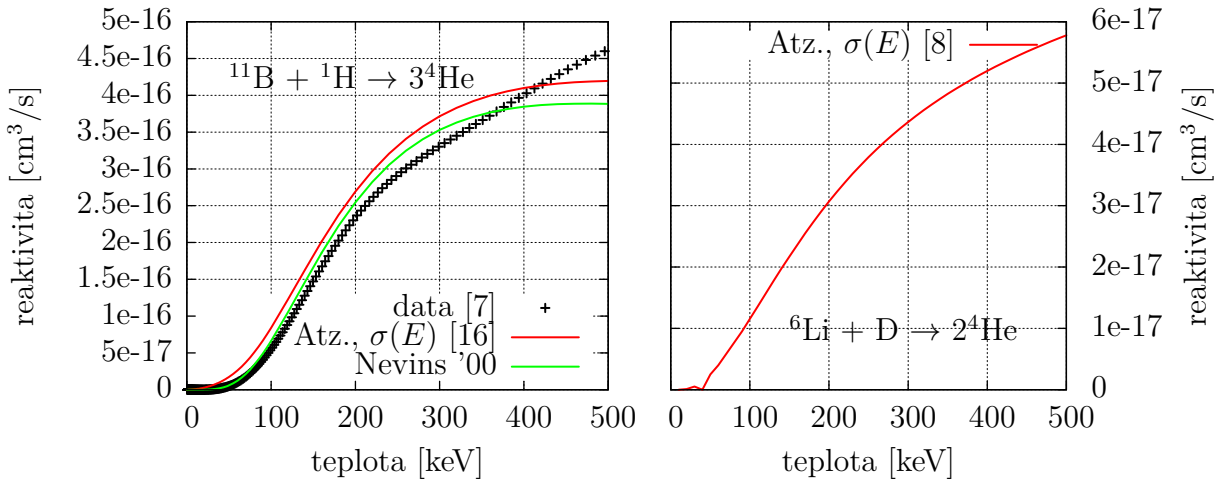
V systémech s teplotou výrazně vyšší, než je požadována pro inerciální fúzi s využitím standartních jaderných reakcí typu DD či TD, jsou zajímavé nekonvenční jaderné reakce



Pro reakci boru je k dispozici fitovací vzorec pro reaktivitu Nevinse a Swaina (2000), uvedený v tabulce 1.4. Dále je k dispozici fit závislosti účinného průřezu na energii srážky, uvedený v tabulce 1.3. Mimo to jsou k dispozici různá měření účinného průřezu v závislosti na energii. V práci [16] je provedeno srovnání těchto dat s uvedeným fitem. Fit uspokojivě vystihuje experimentální hodnoty, proto bylo počítáno s ním.

U reakce lithia s deuteriem tato možnost není k dispozici. Z databáze [8] jsou k dispozici pouze data z měření účinného průřezu v závislosti na energii srážky a starší data [25], která však nebyla pro výpočet použita. Žádný použitelný fitovací vzorec zatím neexistuje, je tedy nutno použít splajn těchto dat. K výpočtu reaktivity se pak použije rovnice 1.27. Takto vypočtenou reaktivitu bohužel ale nelze s ničím srovnat. Z nějakých důvodů nejsou data v námi požadovaném teplotním intervalu (0 až stovky kiloelektronvoltů) veřejné. Například databáze [9] má po celou dobu vypracovávání této práce neaktivní odkaz pro stažení souboru s hodnotami. Data, která k dispozici jsou, mají nejnižší teplotu okolo 1,5 MeV [7].

Veškeré výsledky pro tyto dvě nekonvenční reakce a maxwellovská rozdělení rychlostí částic jsou znázorněny v grafech na obrázku 2.4. Atzeni [12] sice uvádí odchylku Nevinsovy a Swainovy parametrizace reakce  ${}^{11}\text{B}(p,\alpha){}^4\text{He}$  od měření na 1,5% na teplotním intervalu



Obrázek 2.4: Reaktivity reakcí  $^{11}\text{B}(p,\alpha)^2\text{He}$  (vlevo) a  $^6\text{Li}(d,\alpha)^4\text{He}$  (vpravo). U reakce boru srovnání parametrizace Nevinse a Swaina (viz tabulku 1.4) a integrace podle vztahu 1.27, přičemž byl použit fitovacím vzorec z tabulky 1.4 s experimentálními daty z databáze [8]. U reakce lithia nejsou experimentální data pro tak nízké teploty k dispozici.

50 až 500 keV, nicméně novější měření reaktivity [8], které je vyneseno v grafu, tomu neodpovídá. Parametrizace uspokojivě (s chybou menší než 5%) vystihuje experimentální data na intervalu 70 až 400 keV. Integrace dle vzorce 1.27 je nepřesnější. Lze tedy doporučit používání parametrizace Nevinse a Swaina, je ale třeba brát v potaz, že si tím už do dalších výpočtů vnášíme poměrně velkou chybu.

Reaktivita reakce  $^6\text{Li}(d,\alpha)^4\text{He}$  vychází o řád menší, než u reakce boru. Určitou zajímavostí je velmi nízká reaktivita pro teploty pod 50 keV. Souvisí s nízkou hodnotou účinného průřezu pro nízké energie. Přesnost tohoto výpočtu je diskutabilní. Lze o ní pouze spekulovat. U předchozích podobných výpočtů se reaktivita vypočtená integrací dle vzorce 1.27 se liší od experimentálních dat až v desítkách procent. Podobnou chybu je třeba očekávat u naší reakce.

**Nové poznatky** V lednu letošního roku vyšel v Cambridge University Press článek [33] upozorňující na nestandardní zvýšení reakční rychlosti reakce  $^{11}\text{B}(p,\alpha)^2\text{He}$  ve velmi úzkém spektru parametrů. Autoři se zaměřili na vyšetřování rezonančního maxima S-faktoru v okolí 148 keV.

Používali přitom poněkud odlišný způsob parametrizace závislosti účinného průřezu reakce na energii srážky, než Nevins a Swain, jejichž je užíván zde. Nicméně skupina okolo H. Hory vychází ze stejných počátečních dat. Jejich nová parametrizace vychází z vlastní teorie, kterou lze dohledat zde [29]. Řeší Schrödingerovu rovnici, tedy je použit naprosto jiný přístup, který v této práci představen nebude. Výsledkem je znatelné zvýšení reaktivity.

Následné výpočty pro velmi husté plazma navíc ukazují neočekávaně vysoký nárůst reakční rychlosti ve srovnání s ostatními reakcemi. Tento nárůst by byl zajímavý z hlediska budoucího využití v elektrárnách založených na myšlence inerciální fúze. Autoři konstatují, že podmínek nutných pro průběh fúze v tomto zajímavém režimu je možno dosáhnout použitím laserových impulsů o energii několika málo megajoulů, což není nereálné.

Pokud by se poznatky z práce [33] potvrdily experimentálně, znamenalo by to obrovské výhledové možnosti. Zatím se se je ale třeba na všechny tyto nové výsledky dívat s odstupem, neboť ještě neprošly diskusí v odborné obci.



## 2.2 Reaktivita pro nemaxwellovská rozdělení

Maxwellovské rozdělení je asymptotický případ řešení Fokkerovy-Planckovy rovnice. Odpovídá stavu v termodynamické rovnováze. Bylo diskutováno, že některé deriváty Maxwellova rozdělení jsou fyzikálně relevantní. Výpočty pro tyto případy budou představeny následujících podkapitolách.

V rámci této práce jsem vytvořil proceduru, která je schopna reaktivitu reakce pro libovolné rozdělení rychlostí. Využívá numerické integrace vztahu 1.6. Za účinné průřezy byly použity fitovací vzorce a splajny experimentálních dat. Při pečlivém zkoumání integrandu v rovnici 1.6 zjišťujeme, že je možné nahradit integraci od nuly do nekonečna integrací na intervalu  $(v_{min}, v_{max})$ . Jsou-li tyto rychlosti rozumně zvoleny, pak takto vnesená chyba je zanedbatelná a ušetříme si jisté těžkosti při numerické integraci.

Využíval jsem této možnosti takřka výhradně. Výpočty jsou totiž velmi náročné z hlediska počítačového času. Skutečně se tedy vyplatí zkrátit interval, přes který se integruje co možná nejvíce, ale tak, abychom do výpočtu nevneseš zanedbatelnou chybu.

### 2.2.1 Dvouteplovní plazma

Dvouteplovní plazma je fyzikálně relevantní model. Může například vzniknout například tehdy, pokud do plazmatu kontinuálně proudí jiný svazek. Po čase se ustanoví rovnovážný stav a pokud neměníme parametry vstupujícího proudu částic, pak je rozdělení stabilní.

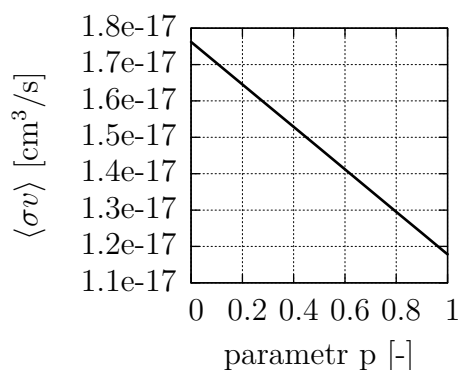
#### Závislost na poměrném zastoupení chladnějších iontů

Diskutujme nejprve jeden triviální fakt, který však lze na první pohled přehlédnout. Chceme-li zjistit pro konkrétní fixované teploty  $T_1$  a  $T_2$  závislost výsledné reaktivity  $\langle\sigma v\rangle$  na poměru zastoupení jednoho druhu iontů v plazmatu (zde zastoupeno parametrem  $p$ , vyjadřujícím poměr počtu iontů s dominantní teplotou  $T_1$  k celkovému počtu iontů v plazmatu), můžeme vzhledem ke tvaru rozdělovací funkce 1.17 iontů snadno odvodit, že platí

$$\langle\sigma v\rangle = [\langle\sigma v\rangle_{max}(T_1) - \langle\sigma v\rangle_{max}(T_2)] \cdot p + \langle\sigma v\rangle_{max}(T_2), \quad (2.1)$$

kde  $\langle\sigma v\rangle_{max}(T)$  je závislost reaktivity na teplotě pro maxwellovské rozdělení rychlostí. Grafické znázornění této přímky je na obrázku 2.5.

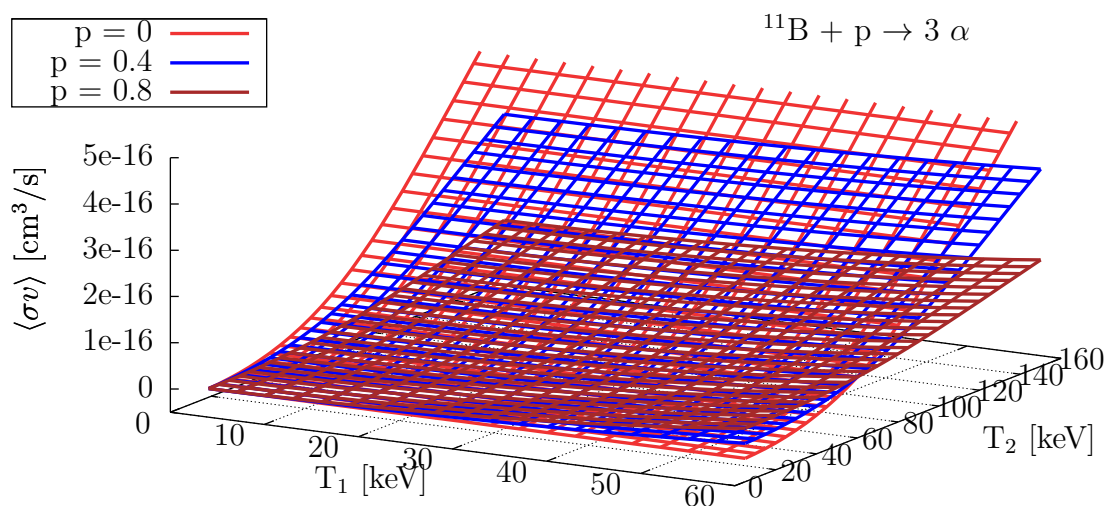
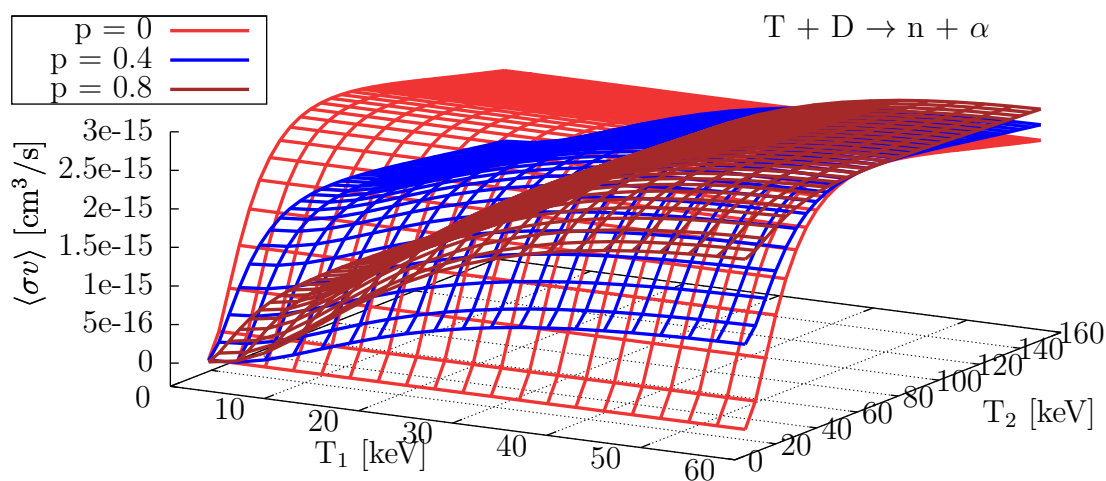
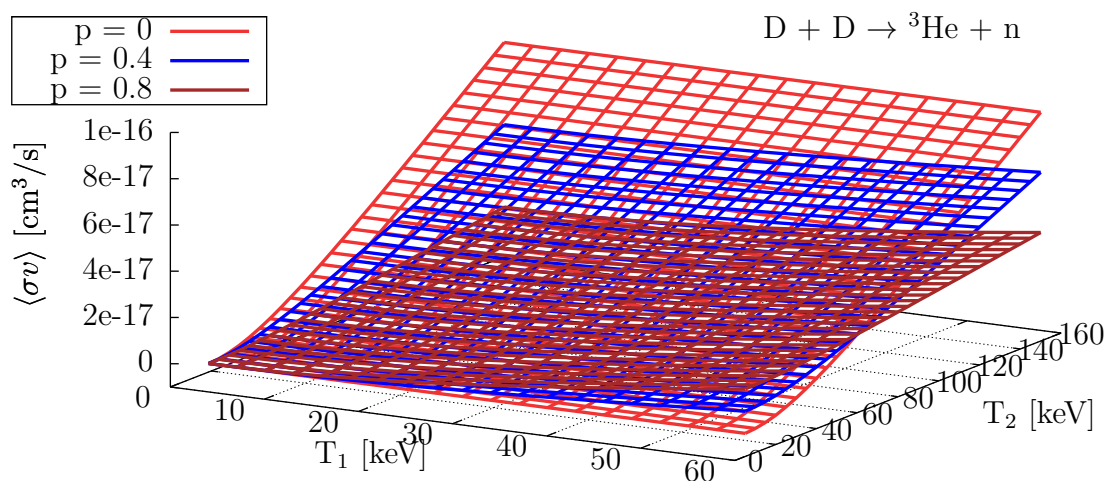
Fixace obou teplot tedy není ničím zajímavá. Pokud chceme máme dvouteplovní plazma a známe poměrné zastoupení jednotlivých iontů, můžeme snadno vypočítat výslednou reaktivitu podle rovnice 2.1, kam dosadíme maxwellovské reaktivity vypočítané podle rovnice 1.27.



Obrázek 2.5: Reakce  $D(d,n)^3\text{He}$ ,  $T_1=10$  keV,  $T_2=100$  keV. Celková reaktivita vs. zastoupení chladnějších iontů

#### Závislost na teplotách pro fixní poměr zastoupení

Pro demonstraci výpočtů pro toto rozdělení byly vybrány reakce  $D(d,n)^3\text{He}$ ,  $T(d,n)^4\text{He}$  a z nekonvenčních  $^{11}\text{B}(p,\alpha)^4\text{He}$ . Závislosti účinných průřezů na rychlostech byly u reakcí lehkých jader popsány Boschovou parametrizací (těžiškové energie byly snadno přepočítány na relativní rychlosti) a u reakce boru byl použit fit z tabulky 1.3. Je třeba si uvědomit, že reaktivita už není jen funkcí jedné teploty, ale závisí na třech proměnných - dvou dominantních teplotách a např.



Obrázek 2.6: Dvouteplotní plazma - závislost reaktivity na obou teplotách pro bi-maxwellovské dvouteplotní rozdělení rychlostí popsané rovnicí 1.17 při zvoleném poměru  $p$  vyjadřujícím poměrné zastoupení iontů s dominantní teplotou  $T_1$  v plazmatu.

zastoupení iontů s první dominantní teplotou, tedy platí

$$\langle \sigma v \rangle : (T_1, T_2, p) \rightarrow \int_0^\infty \sigma(v) v g(v, T_1, T_2, p) dv.$$

3D-grafy na obrázku 2.6 zachycují závislost reaktivity na obou teplotách, přičemž zastoupení prvního iontů s první dominantní teplotu  $p$  je bráno jako parametr. Pro každou plochu byly vypočítány funkční hodnoty pro 600 bodů v rovnoměrně rozmístěných v rovině  $T_1, T_2$ . Proložení těchto bodů plochou bylo provedeno funkcí *surfdata* v Maplu<sup>1</sup>, zde jsou body vykresleny automaticky gnuplotem.

Červená plocha vždy znázorňuje závislost reaktivity na teplotě  $T_2$  pro maxwellovské rozdělení. Hodnota parametru  $p$  je nulová, v plazmatu jsou tedy obsaženy pouze ionty s dominantní teplotou  $T_2$ . Dále jsou v grafu vyneseny ještě plochy pro hodnoty parametru  $p = 0,4$  (modrá) a  $p = 0,8$  (hnědá).

Nejzajímavější průběh vykazuje reakce TD (uprostřed). Neplatí totiž, že pro maximální reaktivitu je třeba co největší zastoupení iontů s vyšší teplotou. Důvodu ukazuje i graf pro tuto reakci na obrázku 2.1. Maximální hodnota reaktivity pro maxwellovské rozdělení je 64 keV. Je proto nejvýhodnější, aby co nejvíce iontů mělo podobnou teplotu. V grafu je patrné, že pro teplotu  $T_1 = 60$  keV (okraj vykreslených ploch) a pro teploty  $T_2$  vyšší než 64 keV výhodnější, pokud je zastoupení iontů s nižší teplotou  $T_1$  maximální, tedy aby hodnota  $p$  byla co nejvyšší.

U obou zbývajících reakcí nic podobného nepozorujeme, jelikož maxwellovská reaktivita je v závislosti na teplotě v uvažovaných teplotních intervalech pro tyto reakce ryze rostoucí.

## 2.2.2 Tsallisovo rozdělení

Tsallisovo rozdělení 1.15 se dá odvodit řešením Fokkerovy-Planckovy rovnice [45]. Uplatňuje se při popisu hvězdného plazmatu [36]. Rozdělení je závislé mimo teploty plazmatu také na parametru  $q$ . Graf 1.1 zobrazuje tvar tohoto rozdělení rychlostí (nikoli velikostí rychlostí) iontů při pevné teplotě pro různé parametry  $q$ . Vidíme, že pro  $q > 1$  se zvýší zastoupení rychlejších iontů, pro  $q < 1$  se naopak sníží. Limitní případ  $q \rightarrow 1$  představuje Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení.

Pro výslednou reaktivitu pak také platí

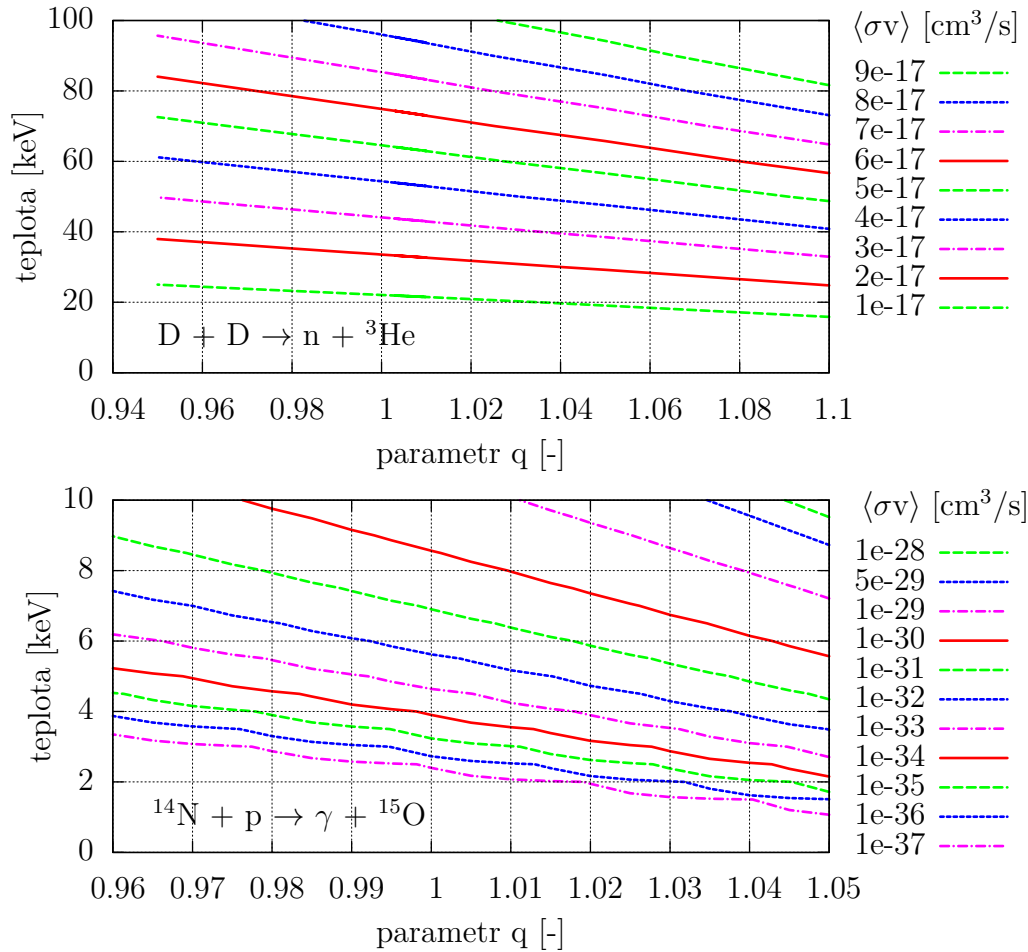
$$\langle \sigma v \rangle : (T, q) \rightarrow \int_0^\infty \sigma(v) v f(v, T, q) dv.$$

Reaktivita je tedy funkcí dvou proměnných. Pokud je závislost účinného průřezu na energii v námi uvažovaném intervalu rychlostí rostoucí, což je ve většině námi uvažovaných případů splněno (viz obrázek 1.5), pak se zvyšující se hodnotou parametru  $q$  dochází ke zvyšování reaktivity a tedy i výtěžku jaderné reakce.

Pro prezentaci v této práci jsem si vybral dvě reakce –  $D(d,n)^3\text{He}$  a  $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$ . Reakce  $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$  probíhá v rámci CNO cyklu ve hvězdách těžších či starších než Slunce. Ukazuje se, že aplikace této, nebo jiných kvazimaxwellovských rozdělovacích funkcí může lépe vysvětlit pozorování a měření než výpočty s Maxwellovým rozdělením.

Výsledky výpočtů jsem vynesl do grafů na obrázku 2.7. Pro zobrazení jsem nepoužil 3D grafu, jako v předchozím případě, ale vykreslil jsem mapy. Vrstevnice v grafech jsou v prvním případě ekvidistantní, v druhém případě nikoli. Vrchní popisek v legendě odpovídá vrstevnici, která je nejbližší pravému hornímu okraji mapy. Vrstevnice jsou ještě navíc různě barevně označeny.

<sup>1</sup>K dispozici na příloženém CD



Obrázek 2.7: Tsallisova reaktivita - reaktivita reakcí  $D(d,n){}^3\text{He}$  a  ${}^{14}\text{N}(p,\gamma){}^{15}\text{O}$  v závislosti na teplotě plazmatu a parametru  $q$  ve formě mapy. Vrstevnice u prvního grafu jsou ekvidistantní, u druhého logaritmické.

**Reakce  $D + D \rightarrow n + {}^3\text{He}$**  Z grafů je patrné, že závislost reaktivity na teplotě a parametru  $q$  představuje hladkou plochu. Pro výpočet pro reakci DD byla pro závislost účinného průřezu na relativní rychlosti použita Boschova parametrizace. Parametr  $q$  je volen od 0,94 do 1,1, důvodem pro tuto volbu byly numerické těžkosti integrace pro menší hodnoty. V práci [32] je doporučováno volit hodnotu  $q$  v řádech procent různou od 1. Relativně vysoká hodnota byla použita hlavně pro demonstraci rozdílu oproti následující reakci. Je vidět pozvolný nárůst reaktivity, fixujeme-li teplotu a zvyšujeme parametr  $q$  či naopak. Výsledná plocha je blízka rovině.

**Reakce  ${}^{14}\text{N} + p \rightarrow \gamma + {}^{15}\text{O}$**  Pro reakci dusíku je průběh složitější. Pro parametrizaci účinného průřezu byla použita Gamowova formule 1.25, kde byla závislost astrofyzikálního S-faktoru na energii srážky, resp. vzájemné rychlosti, nahrazena průběhem v okolí nuly. Zatímco ještě Atzeni ve své knize z roku 2004 uvádí pro reakci  ${}^{14}\text{N}(p,\gamma){}^{15}\text{O}$  Schröderovu hodnotu z roku 1987  $S(0)=3,5$  keVb, letošní práce (Marta a kol., [38]) stanovuje tuto hodnotu jako  $S(0) = (1,57 \pm 0,13)$  keVb a jiná letošní práce (Adelberger a kol., [10]) navrhuje pro pro nízké energie formuli založenou na Taylorově rozvoji

$$S(\varepsilon) = 1.66 - 3.3 \times 10^{-3}\varepsilon + \frac{1}{2}4,4 \times 10^{-5}\varepsilon^2 \text{ [keVb, keV]}.$$

Vypočítal jsem maxwellovské reaktivity v závislosti na teplotě plazmatu pro obě přiblížení a porovnal výsledek s experimentálními daty [7]. Ukázalo se, že výpočty uspokojivě souhlasí s daty z databáze [9] (chyba menší než 10%) pouze pro teploty 1 - 10 keV. Je to logické, neboť musíme brát ohled na platnost přiblížení astrofyzikálního S-faktoru námi použitými vztahy. Tyto vztahy platí pouze pro malé energie. Ze tvaru rovnice pro Gamowskou reaktivitu 1.27 a z toho, že pro parametry  $q$  blízké jedničce se tvar rozdělovací funkce iontů jen málo liší od maxwellovského průběhu, lze rozpoznat, že náš vzorec lze užít pouze pro nízké teploty. V integrálu v rovnici 1.27 je součin rostoucí a klesající funkce (viz graf na obrázku 1.4). Výpočet je tedy použitelný pouze pro ty teploty, kde vliv faktoru  $\exp(-\varepsilon/k_B T)$  převáží chybu určení S-faktoru, který není u této reakce nanejvýš pomalu se měnící funkcí energie [38]. Tyto teploty jsou zároveň teplotami hvězd, v jejichž plazmatu tato reakce CNO cyklu probíhá. Lépe souhlasí Adelbergerova parametrizace S-faktoru, proto je ve grafu použita.

V grafu 2.7 pro reakci  $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$  tedy vidíme závislost reaktivity na teplotě plazmatu v intervalu 1 až 10 keV a na parametru  $q$  v intervalu 0,96 až 1,05. Vrstevnice jsou voleny logaritmicky. Vidíme skutečně prudký nárůst reaktivity, fixujeme-li teplotu a zvyšujeme parametr  $q$ , nebo naopak. Při fixované teplotě tedy i malá změna parametru  $q$  může rapidně zvýšit reaktivitu reakce. Při výzkumu procesů ve hvězdném plazmatu, kde převládá CNO cyklus proto je třeba dobře zvažovat obligátní předpoklad, že rozdělení iontů v plazmatu je maxwellovské. Snadno bychom potom mohli dojít k velmi nepřesným výsledkům.

## Kapitola 3

# Modifikace jaderných procesů ve vysokoparametrovém plazmatu

V předchozí kapitole jsme řešili možnost modifikace jaderných procesů na základě změny spektra iontů. Experimentální možnosti, jak tuto myšlenku realizovat, je vstříkávání rychlých iontů do plazmatu. Tyto iontové svazky je možno generovat interakcí vysokoenergetického laserového záření s terčíkem [13].

Jinou možností je vyvolání řetězové reakce v plazmatu. Tím se výtěžek přirozeně zvýší. Princip samotný ale tak jednoduchý není.

Třetí diskutovanou možností je běh jaderné fúze v extrémních podmínkách, jako je velmi hustá hmota a extrémní pole. Takové podmínky jsou ve hvězdách, nicméně existují i snahy o výzkum v laboratorních podmínkách. Budou diskutovány jejich dopady na reakční rychlost reakce. Kalkulace budou aplikovány ale výhradně na jednosložkové plazma, tedy pro reakce stejných jader.

Poslední část kapitoly se věnuje experimentálním zařízením, a to jak již provozovaným, tak pouze zatím projektovaným. Posuzuje jejich možnosti pro modelové studie modifikace jaderných procesů.

### 3.1 Zvýšení výtěžku vstříkáváním rychlých iontů

První možnost modifikace jaderných procesů spočívá ve změně rozdělení energií iontů. Do uvažovaného plazmatu mohou být injektovány rychlé ionty. Přítomností rychlých iontů samozřejmě vzroste reakční rychlost reakce. Mimo konvenčního, energeticky velmi náročného urychlování iontů v urychlovačích existuje alternativní laserové urychlování. Velmi dobrá rešerše je provedena ve článku [13], vyčerpávající úvod do laserově řízené jaderné fyziky je v souhrnném článku [34].

Rychlé ionty mohou být generovány interakcí intenzivního laserového impulsu s látkou, a to v plynném, kapalném i pevném skupenství. Nejvýhodnější pro generaci kolimovaných iontových svazků je ale interakce laserového záření s pevným terčíkem. Po laserovém impulsu je emitováno UV a rentgenové záření a také elektrony a ionty. Část absorbované energie laseru je spotřebována na vznik oblaku plazmatu, který se šíří do prostoru. Tento oblak obsahuje jak ionty, tak elektrony, ale jelikož většina jeho energie je nesena ionty, obvykle se tento šířící se plazmový oblak nazývá iontový svazek.

Ionty v tomto svazku mohou být urychlovány termokinetickými nebo elektromagnetickými silami. Termokinetické síly vytvářejí pomalejší ionty (1 – 100 keV) ve srovnání s elektromagnetickými silami. Mimo to jsou nehomogenitami v laserovém poli v plazmatu

indukovány ponderomotorické síly<sup>1</sup>. Tyto nehomogenity jsou zapříčiněny nehomogenitami hustoty plazmatu v prostoru. V prvním přiblížení je možno chápat ponderomotorické síly chápat jako úměrné gradientu elektromagnetické energie v plazmatu.

Kvůli velkému rozdílu hmotností iontů a elektronů působí ponderomotorická síla přímo hlavně na elektrony. Ionty ale mohou být ponderomotorickou silou urychlovány nepřímo. V důsledku nepřítomnosti elektronového oblaku odsunutého ponderomotorickou silou vznikne silný coulombický potenciál. Elektrické pole potom může urychlovat i ionty.

Existuje více způsobů, jak interakcí laserového záření s terčíkem generovat rychlé lehké ionty. Některé z nich budou dále popsány. Jedná se o metody TNSA, RPA a S-LPA. Všechny z vyjmenovaných vyžadují krátké laserové impulsy trvající řádově pikosekundy či femtosekundy. Tyto metody budou představeny na následujících stránkách.

### 3.1.1 Metoda TNSA

Zkratka TNSA znamená target normal sheath acceleration. O český překlad se zde pokoušet nebudeme. Metoda TNSA je zkoumána několika výzkumnými týmy, a to jak pro subrelativistické, tak relativistické intenzity laseru. K urychlování iontů touto metodou je potřeba velmi intenzivní laserový impuls, který trvá kratší dobu než 1 ps. Interakcí s terčíkem vznikne před jeho přední stranou plazma a velmi rychlé elektrony. Intenzity laseru se pohybují mezi  $10^{17} - 10^{20} \text{ W/cm}^2$ , teploty produkovaných horkých elektronů pak jsou velmi vysoké, mezi 10 keV a 10 MeV. [13]

Horké elektrony postupují skrz terčík k jeho vzdálenější straně. Tam vznikne Debyeovo stínění, které hraje roli virtuální katody. Touto katodou indukované elektrické pole bývá velmi vysoké, pro uvažované intenzity jde o  $10^8 - 10^{11} \text{ V/cm}$ . Takto silné elektrické pole efektivně ionizuje atomy na zadní straně terčíku a vzniklé ionty poté na vzdálenosti 10  $\mu\text{m}$  urychlují na energie 0,1–100 MeV.

Ionty jsou urychlovány téměř výhradně ve směru normály k zadní straně terčíku, orientace jejich pohybu je směrem za terčík. Divergence vzniklého iontového svazku je relativně malá (10–20°).

Experimenty ukazují, energie generovaných iontů závisí na tloušťce terčíku, a to zajímavým způsobem. Závislost totiž není monotónní, čili existuje optimální šířka terčíku pro konkrétní materiál a určitou intenzitu.

Další užitečné experimentální pozorování je, že parametry produkovaného iontového svazku (energie částic, divergence svazku, monoenergetičnost – pro medicínské aplikace) mohou být výrazně zlepšeny, použije-li se namísto jednoduchého terčíku terčíková dvojvrstva. První vrstva je tvořena materiálem s vysokou hodnotou atomového čísla  $Z$ , druhá z materiálu s nízkým atomovým číslem. Ideální materiál pro tuto vrstvu, zvláště chceme-li generovat protonové svazky, je plast. Plasty jsou polymery organických látek a jako takové obsahují zejména vodík a uhlík. Vrstva s vysokým  $Z$  je vystavena laserovému impulsu. Může být vícenásobně ionizována, proto obecně při stejné intenzitě laserového impulsu vznikne větší množství elektronů. Větší množství elektronů zase znásobí elektrické pole, které tak ještě více ionizuje zadní stranu terčíku z lehkého materiálu. Výsledkem je, že důležité parametry jako proudová hustota iontového svazku a energie jednotlivých iontů

<sup>1</sup>Pro ponderomotorickou sílu byl odvozen vztah

$$F_p = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \nabla \frac{\varepsilon_0 E^2}{2},$$

kde  $\omega_p$  je plazmová frekvence,  $\varepsilon_0$  je permitivita vakua a  $E$  je intenzita elektrického pole. Jedná se tedy o nelineární sílu závislou na gradientu kvadrátu intenzity elektrického pole.

jsou vyšší.

Existují ještě další cesty, jak zvyšovat energie generovaných iontů. Významnou roli hraje geometrie terčíku a celé experimentální aparatury vůbec. Práce [40] popisuje experiment, kdy tenká kulová fólie byla vystavena 100fs laserovému impulsu o intenzitě  $5 \times 10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>. Došlo ke zvýšení proudové hustoty protonového svazku o řád až na  $\sim 1$  GA/cm<sup>2</sup>.

Práce [21] pomocí dvourozměrného modelu particle-in-cell ukazuje, že laserový impuls o intenzitě 1 PW může generovat protony o energii až 1,3 GeV. Platnost této predikce může být ověřena například v centru ELI Beamlines, které tyto požadavky splňuje [5].

### 3.1.2 Metoda RPA

Zkratka RPA znamená radiation pressure acceleration, tedy urychlování tlakem záření. Jde o v současné době velmi rychle se rozvíjející metodu. Pro tlak optického záření platí vztah

$$p = \frac{2I}{c}, \quad (3.1)$$

kde  $I$  je intenzita záření a  $c$  je rychlost světla. Jedná se o zákon zachování hybnosti. Odražené fotony změni směr vektoru své hybnosti, aby celková hybnost systému zůstala zachována, musí se také změnit (zvýšit) hybnost objektu, od kterého se foton odrazil. Radiační tlak je vyvíjen v bodě, kde se laserový paprsek odrazil na povrchové vrstvě terčíku, ponderomotorickou silou. Při vysokých intenzitách laseru je může být tlak záření velmi vysoký, například pro intenzitu  $10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>, což je nejvyšší dosažitelná intenzita laserového systému GEMINI [4], je velikost tlaku  $6 \times 10^{16}$  Pa.

Určitou zajímavostí metody RPA je skutečnost, že při interakci laserového záření s pevným terčíkem, který je tvořen materiálem obsahujícím více prvků, jsou rychlosti všech generovaných iontů v konečném důsledku stejné, tedy energie těžších iontů vyšší. Princip tohoto na první pohled překvapivého mechanismu je prostý. Při interakci jsou nejrychleji urychleny lehké ionty. Tyto se tak dostanou před těžší ionty, které v této chvíli stále přijímají energii od laserového svazku. Tímto jsou těžší ionty také urychleny a po chvíli narazí na dříve urychlené lehké ionty. Nárazem jim předají svou hybnost. Lehké ionty se tak ještě více urychlí a energii laseru tak přijímají zase těžší ionty. Takhle to jde cyklicky dále, v konečném důsledku jsou rychlosti všech druhů iontů stejné [35].

V současné době dominuje urychlování iontů metodou RPA nad metodou TNSA pro vyšší intenzity laserového systému ( $\gtrsim 10^{23}$  W/cm<sup>2</sup> [17],  $\gtrsim 10^{20}$  W/cm<sup>2</sup> [35]). Určitou cestou, jak zlepšit parametry generovaného iontového svazku pro nižší intenzity laserového světelného záření je užití kruhově polarizovaného světla. Byl predikován a pozorován výrazný rozdíl mezi kruhově a lineárně polarizovaným laserovým zářením.

Výhodou užití kruhové polarizace je také možnost určité modulace parametrů produkovaného svazku [18], jako třeba vysoká monoenergetičnost generovaného svazku. Samotné energie iontů se mohou pohybovat až v řádech GeV [41]. Pro lineárně polarizované světlo byly simulacemi předpovězeny různé tvary spekter. Některá jsou uvedena v materiálu [18]. Lze očekávat, že pro různá spektra budou vyšetřovány jejich možné aplikace.

### 3.1.3 Metoda S-LPA

Zkratka S-LPA znamená skin-layer ponderomotive acceleration, tedy ponderomotorické urychlování povrchové vrstvy. Metoda byla objevena koncem 90. let, nicméně teprve ke konci minulého desetiletí byl její princip dostatečně pochopen a potvrzen jak experimentálně, tak pomocí numerických modelů.



Princip metody je důvtipný. Nejprve je přední strana pevného terčíku vystavena slabému laserovému předimpulsu, který vytvoří velmi úzkou vrstvu tvořenou uvolněnými nabitými částicemi, kterou budeme dále nazývat předplazma. Tato vrstva je skutečně úzká, její šířka je mnohem menší, než průměr interakční oblasti. Intenzita předimpulsu je relativně malá ve srovnání s hlavním laserovým impulsem

Hlavní krátký laserový impuls pak nejvíce interaguje s povrchovou vrstvou terčíku a předplazmatem. Vysokým gradientem hustoty jsou indukovány ponderomotorické síly, které rozdělí vzniklé plazma do dvou plazmových oblaků.

První z nich se pohybuje směrem od terčíku, tedy před terčík, druhý přesně opačně, tedy k terčíku. Hustota vzniklých plazmových oblaků je velmi vysoká. První oblak se pak pohybuje rychlostí řádově  $\sim 10^8$  cm/s, přičemž jeho hustota zůstává stále vysoká. Úhlová divergence tohoto iontového svazku naopak velmi nízká. Proto je třeba dbát na rovinné uspořádání experimentu.

Hlavní podmínkou pro správný běh generace rychlých iontů metodou S-LPA je však zajištění toho, aby šířka předplazmatu byla zanedbatelná vůči rozměrům interakční oblasti laserového svazku s terčíkem. V praxi to znamená, že je třeba zajistit dostatečně malou intenzitu laserového předimpulsu ve srovnání s hlavním impulsem a že hlavní impuls musí přijít ve správný čas po předimpulsu.

Stejně jako u metody TNSA parametry produkovaného iontového svazku silně závisí na geometrii a struktuře terčíku, také zde se uvažuje o užití vícevrstvých terčíků.

Srovnáme nyní obě tyto představené metody. Při subrelativistických laserových intenzitách jsou intenzity iontových svazků generovaných metodou S-LPA stejné, jako intenzity svazků generovaných metodou TNSA při relativistických laserových intenzitách. Proudové hustoty iontových svazků jsou významně vyšší při generaci metodou S-LPA.

Oproti tomu výhodou metody TNSA je vyšší energie jednotlivých iontů. Zatímco proudové hustoty při S-LPA urychlování mohou být vysoké, energie iontů zřídka kdy překročí 1 MeV/nukleon při nerelativistických laserových energiích. Pro tyto energie je u metody S-LPA nutno užít relativistických intenzit.

Generace rychlých iontů metodou S-LPA při relativistických intenzitách laseru je v posledních letech zkoumána hlavně numericky, a to jak metodou particle-in-cell, tak hydrodynamicky [14]. Hlavním výsledkem je predikce budoucího zisku proudových hustot až o hodnotě řádově  $TA/cm^2$  při energiích iontů řádově v MeV.

### 3.1.4 Užití iontových svazků pro zážeh inerciální fúze

Jednou z významných aplikací iontových svazků je zapálení inerciální fúze ve schématu rychlého zážehu (fast ignition) [34]. Myšlenkou inerciálního udržení je velmi rychlé zahřátí paliva (obvykle je uvažována směs deuteria a tricia), které inicializuje jadernou reakci ještě dříve, než se palivo stihne rozletět [15]. V přístupu rychlého zážehu je palivo stlačeno několika vysokoenergetickými nanosekundovými laserovými nebo rentgenovými svazky a pak zapáleno jiným energetickým zdrojem, například vysokointenzitním částicovým svazkem [13].

K výhodám rychlého zážehu je menší náchylnost k hydrodynamickým nestabilitám, vyšší energetický zisk a nižší náklady. Oproti tomu je třeba však extrémních parametrů částicového svazku. Nejčastěji se uvažuje zapalovat inerciální fúzi relativistickým laserovým svazkem, jiný přístup však navrhuje používat protonový svazek s energií v řádech MeV.

K dalším požadavkům k úspěšnému zvládnutí inerciální fúze deuteria a tricia metodou rychlého zážehu patří vysokointenzitní laser (několik PW) s délkou impulsu řádově v pi-

kosekundách a s energií 100 kJ. Zbývá dodat, že takové zařízení je projektováno v Evropě, jedná se o projekt HiPER [6].

### 3.1.5 Výpočty pro modifikaci spektra

Na předchozích stránkách byly představeny některé základní cesty generace rychlých iontů pomocí interakce laserového záření s pevnou látkou. Odhlédněme nyní od způsobu, jak rychlé ionty vznikají, a představme si následující fyzikální situaci.

Mějme plazma, ve kterém probíhají jaderné procesy, které zkoumáme. Do tohoto plazmatu začněme směřovat svazek rychlých iontů. Chceme zkoumat, jak se změní například reakční rychlosti v přítomnosti těchto rychlých iontů

Pro konkrétní výpočet je třeba znát jak parametry plazmatu, tak parametry injektovaného iontového svazku. Mezi charakteristiky iontového svazku, které je třeba znát, patří druh rozdělení energií iontů, parametry tohoto rozdělení a (proudová) hustota dopadajících iontů.

Rozdělení dopadajících iontů může být různé, při některých metodách generace rychlých iontů může být dokonce laditelné [18]. Například pro medicínskou aplikaci iontových svazků je požadováno co možná nejvíce monoenergetické spektrum. My ale jako první přiblížení budeme akceptovat typické maxwellovské rozdělení.

Jak změní tento proud dopadajících iontů spektrum zkoumaného plazmatu? Pro určitý konkrétní okamžik je možno brát rozdělení iontů jako lineární kombinaci dvou maxwelliánů. Toto rozdělení bylo představeno v kapitole 1.2.6 pod jménem dvouteplovní rozdělení. Pro reakce DD, TD a  $^{11}\text{B}^1\text{H}$  byly představeny výsledky výpočtů reaktivity v kapitole 2.2.1.

Nyní je třeba tyto výpočty kriticky zhodnotit, nakolik jsou tyto výpočty fyzikálně relevantní. Předně, na aproximaci rozdělení, které může být i složitější, maxwellovským průběhem již bylo upozorněno. Dále, výpočty představené v kapitole 2.2.1 byly pouze ilustrativní. Horké ionty mohou dosahovat třeba i výrazně vyšších teplot, než je v grafech uvedeno.

Rozdělení je obecně časově proměnné, je třeba uvážit, že mezi chladnými ionty původního plazmatu a rychlými (horkými) ionty může docházet také k tepelné výměně formou srážek, které nemusí vyústit v jadernou reakci. Tvar rozdělovací funkce potom nemusí být tak jednoduchý, jako lineární kombinace dvou rozdělení, natož dvou maxwelliánů.

Jako jeden z požadavků zadání této práce byl zpracován program, který počítá reaktivitu fúzních reakcí pro libovolné rozdělení rychlostí částic. Pro konkrétní případy rozdělení rychlých iontů proudících do plazmatu by byl schopen určit modifikaci reaktivity. Rozhodl jsem se však (i s ohledem na rozsah práce) zde nějaké ilustrativní výsledky mimo maxwellovské aproximace neuvádět. Hlavním důvodem je, že by rozdělení nebylo podloženo teorií a že by případný prezentovaný výsledek nebyl dostatečně obecný.

## 3.2 Jaderné reakce v hustém plazmatu

Výpočty v dosavadním průběhu práce předpokládají, že jaderná reakce probíhá jako dvoučásticový proces. Reaktivity jsou pak závislé na teplotě plazmatu a případně rozdělení iontů a jeho parametrech. Reakční rychlost byla úměrná reaktivitě a kvadrátu hustoty plazmatu. Toto přiblížení je platné pro většinu laboratorních plazmat, jež je možno charakterizovat jako slabě vázané systémy. Jiná situace ale nastává v neideálních, silně vázaných formách plazmatu, jež se vyskytují ve vesmíru a mohly by být dosažitelné i laboratorně

[24], [48]. V těchto podmínkách je třeba počítat s efekty způsobenými vysokými hustotami plazmatu, kdy jaderný proces je ovlivněn plazmovými korelacemi.

V této podkapitole budou nejprve představeny režimy, za jakých může probíhat jaderná fúzní reakce v těchto systémech. Poté budou uvedeny vztahy pro výpočet reakční rychlosti v jednosložkovém plazmatu. Další část se bude věnovat možnostem řetězových reakcí, které jsou nepochybně schopny zvýšit energetický zisk procesu. Celkově si je však nutno říci, že modelové studie v této oblasti jsou velmi omezené.

### 3.2.1 Přehled režimů fúzních reakcí

Jednou ze základních charakteristik plazmatu obecně je parametr  $\Gamma$ , který je definován jako

$$\Gamma = \frac{Z^2 e^2}{a k_B T}, \quad (3.2)$$

kde  $Z$  je atomové číslo (mlčky předpokládáme úplnou ionizaci),  $e$  je jednotkový náboj a Wignerův-Seitzův poloměr  $a$  je střední mezičásticová vzdálenost, která závisí na částicové hustotě plazmatu jednoduše jako

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi n}}. \quad (3.3)$$

Pro náš účel je vhodné všimnout si závislosti  $\Gamma \sim n^{1/3} T^{-1}$ , tedy že s teplotou klesá a s hustotou roste.

**Termojaderný režim** Pro výpočty v dosavadním průběhu práce platilo, že se teplota pohybovala v řádech desetin až stovek keV. Většina jaderných reakcí probíhala u jader s teplotou srovnatelnou s Gamowým faktorem. Platila relace

$$\Gamma \ll 1 \ll \frac{\varepsilon_{Gp}}{k_B T}.$$

Pro tento režim se užívá označení termojaderný, či termonukleární.

**Termojaderný režim se silným stíněním** Pokud je faktor  $\Gamma$  srovnatelný s jednotkou, uplatňuje se vliv plazmového (převážně elektronového) stínění. Je třeba proto uvažovat korelaci mezi elektrony a ionty. Pokud ale stále pro střední coulombovský potenciál  $V_{c0} = V_c(a)$  platí  $\varepsilon_{Gp} \gg V_{c0}$ , pak reaktivitu nadále určují zejména nejteplejší ionty na konci spektra. Stále mluvíme o termojaderné fúzi v termojaderném režimu, byť tentokrát se silným stíněním. Toto stínění vysvětluje např. malé korekce reaktivity při reakci pp ve Slunci. Ve většině laboratorních plazmat lze tyto korekce zanedbat [12].

**Pyknonukleární režim** Zcela jiná situace nastane, pokud  $\Gamma \gg 1$  a zároveň  $V_{c0} \gg \varepsilon_{Gp}$ . Toto nastává při vysokých hustotách nebo nízkých teplotách. Hlavní příčinou jaderných reakcí již není tepelný pohyb na následné srážky, nýbrž právě hustota. Pro tento průběh fúzní reakce se vžil označení pyknonukleární režim (řecké slovo  $\pi\upsilon\kappa\nu\omicron\sigma$  znamená česky hustota). Pyknonukleární režim je zodpovědný za hoření uhlíku v bílých trpaslících.

### 3.2.2 Plazma s jedním druhem iontů

Tato pasáž se věnuje výpočtu reaktivity pro fúzi dvou stejných jader ve velmi hustém jednokomponentním plazmatu. Toto zúžení bylo provedeno kvůli drobným výpočetním

odlišnostem od vícekomponentního plazmatu a také proto, jaké reakce bylo zamýšleno v této práci prezentovat. Výpočty v multikomponentním plazmatu nejsou principiálně nikterak náročnější. Nicméně musely by být zavedeny další parametry vícesložkového plazmatu. Pro seznámení se s touto problematikou proto jenom odkazují na výborný souhrnný článek [47].

Požadované podmínky jsou dosažitelné ve velkých hvězdách ( $M \geq 8M_{\text{Slunce}}$ ) ve třetí fázi vývoje. Pro ilustraci se budeme v souladu s prací [27] věnovat reakci  $^{12}\text{C}^{12}\text{C}$ . Pokusíme se ale také demonstrovat extrémní podmínky na jedné z reakcí lehčích jader, v návaznosti na předchozí výpočty je opět vybrána reakce DD.

Z hlediska fázového popisu iontů může být zaveden následující rozdělení. Pokud  $\Gamma \lesssim 1$ , považujeme ionty za boltzmannovský plyn, při vyšších hodnotách parametru  $\Gamma$  vykazují ionty charakter silně vázané coulombovské kapaliny. Při velmi nízkých teplotách, tedy vysokém  $\Gamma$ , může kapalina přejít do pevného stavu. Toto se děje při  $\Gamma \sim 175$  [27].

**Termojaderný režim** Pro popis reakcí v termojaderném režimu budeme využívat Gamowovu reaktivitu v souladu s rovnicí 1.34. Pro reakční rychlost pak platí

$$r_{th} = \frac{n^2}{2} 4 \sqrt{\frac{2\varepsilon_{Gp}}{3m_r}} \frac{S(\varepsilon_{Gp})}{k_B T} \exp(-\tau), \quad (3.4)$$

kde  $\varepsilon_{Gp} = T\tau/3$  je Gamowův peak,  $T$  udáváme v kelvinech a

$$\tau = \left( \frac{27\pi^2 m_r Z_1^2 Z_2^2 e^4}{2\hbar^2 k_B T} \right)^{1/3} = \left( \frac{27\pi^2 m Z^4 e^4}{4\hbar^2 k_B T} \right)^{1/3}. \quad (3.5)$$

Pro zjednodušení a srovnání s následujícími případy lze vztah pro reakční rychlost přepsat jako

$$r_{th} = \frac{n^2}{2} S(\varepsilon_{Gp}) \frac{\hbar}{m Z^2 e^2} P_{th} F_{th}. \quad (3.6)$$

Zavedeme-li ještě navíc  $\varepsilon_a = m Z^4 e^4 / \hbar^2$ , pak pro součinitele  $P_{th}$  a  $F_{th}$  platí

$$F_{th} = \exp(-\tau) \quad (3.7)$$

$$P_{th} = \frac{8\pi^{1/3}}{\sqrt{3} 2^{1/3}} \left( \frac{\varepsilon_a}{k_B T} \right)^{2/3}. \quad (3.8)$$

V souladu s předchozí kapitolou vidíme, že reakční rychlost v termonukleárním režimu je exponenciálně klesající s klesající teplotou.

**Termojaderný režim se silným stíněním** Toto termojaderné hoření se uplatňuje v chladnějších a hustějších plazmatech ( $k_B T_p = \hbar \omega_p \lesssim k_B T \lesssim Z^2 e^2 / a$ ), kdy se ionty chovají jako silně vázaný klasický coulombovský systém (kapalina nebo pevná fáze). Většina iontů je uvězněna v hluboké coulombovské potenciálové jámě. Hlavní příspěvek k reakční rychlosti pochází od malé části iontů s vyšší energií, které nejsou vázány a pro které platí  $\varepsilon \sim \varepsilon_{Gp}$ .

Těmto systémům se prvně začali věnovat Salpeter a van Horn [43]. Po čase bylo odvozeno, že pro výpočet reakční rychlosti lze použít vztah 3.6 pro klasický termojaderný režim s tím, že se korekce způsobené stíněním započítají do součinitele  $F_{th}$ , tedy

$$F_{th} = F_{sc} \exp(-\tau) = \exp(h - \tau), \quad (3.9)$$

kde  $F_{sc}$  je amplifikační faktor a  $h$  je funkcí parametrů plazmatu.

Efekty způsobené stíněním se modelují změnou tvaru potenciálu, ve kterém se reagující jádra nacházejí. V této aproximaci se jádra pohybují v potenciálu  $W(r) = \frac{Z^2 e^2}{r} - H(r)$ , přičemž korekční člen  $H(r)$  je brán jako statický a sféricky symetrický. Nejsou tedy uváženy dynamické fluktuace mikropolí v plazmatu.

Faktor  $h$  v rovnici pro součinitel  $F_{th}$  lze rozložit jako  $h = h_0 + h_1$ , kde hlavní člen je určen jako  $h_0 = H(0)/k_B T$  a platí  $h_0 \gg |h_1|$ . Bylo odvoze několik fitů závislosti  $h_0 = h_0(\Gamma)$ . Rozdíly mezi nimi jsou pouze pro nízké hodnoty  $\Gamma$ . Nejstarší je z knihy [30] ve tvaru

$$h_0 = 1,148\Gamma - 0,00944 \ln \Gamma - 0,000168\Gamma^2, \quad (3.10)$$

jiný je z práce [26]

$$h_0 = 1,056299\Gamma + 1,039957\Gamma^{0,323064} - 0,545823 \ln \Gamma - 1,1323. \quad (3.11)$$

Rešeršní práce [27] doporučuje používat formu

$$h_0 = C_{sc} \frac{\Gamma^{3/2}}{[(C_{sc}/\sqrt{3})^4 + \Gamma^2]^{1/4}}, \quad (3.12)$$

kde  $C_{sc} = 1,0754$ , že tato formule aproximuje  $e^{h_0}$  s maximální chybou 40% pro  $\Gamma = 170$ . Poslední dva uvedené vztahy jsou použitelné pro  $\Gamma$  v intervalu 1–170. Uvedená chyba demonstruje, nakolik vážně lze brát přesně vypočítané hodnoty podle této parametrizace reakční rychlosti. Zbývá ještě podotknout, že Salpeter sám odvodil ve své práci [43] rovnici 3.12, ale konstantu  $C_{sc}$  volil jako 1.057.

Vzorec 3.12 také vystihuje skutečnost, že pro termojaderný režim  $\Gamma \ll 1$  platí  $h_0 \rightarrow \sqrt{3}\Gamma^{3/2}$ , tedy  $h_0 \ll 1$  a amplifikační faktor pak  $\sim 1$ . Vliv stínění je tedy zanedbatelný. Pro coulombovskou tekutinu ( $\Gamma \gtrsim 1$ ) zase dostáváme lineární funkci  $h_0 = C_{sc}\Gamma$ . Pro vyčíslení parametru  $h_1$  je možno použít přiblížení  $h_1 = -(5/32)\Gamma(\Gamma/\tau^2)$ . Ve výpočtech v této práci ale byl zanedbán úplně, jelikož jeho vliv je vzhledem k velké vstupní chybě nepatrný.

**Pyknonukleární režim při nulové teplotě** Tento režim probíhá ve velmi hustém a chladném plazmatu ( $T < T_p$ ) v silně vázaném systému jader. Hlavní příspěvek k reakční rychlosti tvoří páry jader, které nejsou od sebe příliš vzdáleny. V tomto režimu je coulombovská bariéra prostupována díky vibracím sousedních jader, které jsou většinou v základních energetických stavech. Z hlediska fáze předpokládáme pevnou (krystalickou) mřížku, nicméně možná je i coulombovská kapalina. Reakční rychlost v tomto přiblížení nezávisí na teplotě a roste exponenciálně s rostoucí hustotou.

Pro reakční rychlost práce [27] doporučuje používat vztah

$$r_{pyc} = \frac{n^2}{2} S(\varepsilon_{Gp}) \frac{\hbar}{mZ^2 e^2} P_{pyc} F_{pyc}, \quad (3.13)$$

kde  $F_{pyc}$  a  $P_{pyc}$  závisí na hustotě jako

$$F_{pyc} = \exp(-C_{exp}/\sqrt{\lambda}), \quad (3.14)$$

$$P_{pyc} = 8C_{pyc} 11,515/\lambda^{C_{pl}}. \quad (3.15)$$

Parametry  $C$  závisí na použitém modelu, jedna možná sada je  $C_{exp} = 2,450, C_{pl} = 1,25$  a  $C_{pyc} = 50$  [27]. Pro bezrozměrný parametr  $\lambda$  platí

$$\lambda = \frac{\hbar^2}{mZ^2 e^2} \left(\frac{n}{2}\right)^{1/3} = \frac{1}{AZ^2} \left(\frac{1}{A} \frac{\rho}{1,3574 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{1/3}. \quad (3.16)$$

Hustotu dosazujeme v  $\text{g/cm}^3$ .

**Pyknonukleární režim při nenulové teplotě** V současné době se objevují také snahy o upřesnění výpočtu pro pyknonukleární při nenulové teplotě, jinak také nazývaný termálně podporovaný pyknonukleární režim. Teorie je vyložena v [23]. Tento režim se vyskytuje relativně úzkém teplotním intervalu  $0,5T_p/\ln(1/\sqrt{\lambda}) \lesssim T \lesssim 0,5T_p$ . Většina jader obsazuje svůj základní energetický stav v silně vázaném systému, nicméně hlavní příspěvek k reakční rychlosti pochází od nepatrné skupiny jader v excitovaném stavu. Excitovaný stav s vyšší energií zvyšuje pravděpodobnost průstupu coulombovskou bariérou a tak zvyšuje celkovou reakční rychlost.

**Přechodný termo-pyknonukleární režim** Reakce v tomto režimu běží při teplotách  $T_p/2 < T < T_p$ . Výpočet reakční rychlosti je značně komplikovaný. Přispívají do ní jak lehce vázaná, tak volná jádra.

### 3.2.3 Výpočty v jednokomponentním plazmatu

Podle teorie vyložené v předchozí sekci byl demonstrován vliv korelací v silně vázaných systémech na reakční rychlost reakce. Výpočty byly aplikovány na astrofyzikální reakci  $^{12}\text{C}^{12}\text{C}$ , která probíhá v bílých trpaslících a na reakci DD.

Pro astrofyzikální reakci nazývanou hoření uhlíku mají předvedené výpočty fyzikální relevanci. Hmota v bílých trpaslících je ve velmi hustém stavu. Dosažení podobných hustot je v zemských podmínkách nemyslitelné. Na této reakci je také dobře vidět výrazný vliv stínění na amplifikaci reakční rychlosti.

Reakce dvou deuteriových jader už takový jasný fyzikálně relevantní příklad výskytu nemá. Výpočty jsou zde předváděny pouze demonstrativně, v návaznosti na to, že pro reakci DD byly dosud provedeny veškeré výpočty. Zároveň bude ze srovnání této reakce s hořením uhlíku patrný význam vlivu korelací v silně vázaných systémech pro těžší lehká jádra.

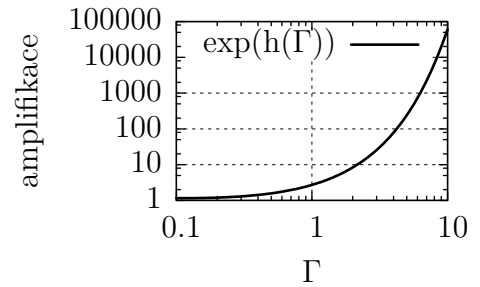
Pro výpočty bylo třeba znát závislosti astrofyzikálních S-faktorů jednotlivých reakcí na energii srážky. Pro reakci DD byla použita standardní Boschova parametrizace, pro reakci  $^{12}\text{C}^{12}\text{C}$  byl zvolen vztah doporučený v práci [27]

$$S(\varepsilon) = 5,15 \times 10^{16} \exp \left[ -0,428\varepsilon - \frac{3\varepsilon^{0,308}}{1 + e^{0,613(8-\varepsilon)}} \right], \quad (3.17)$$

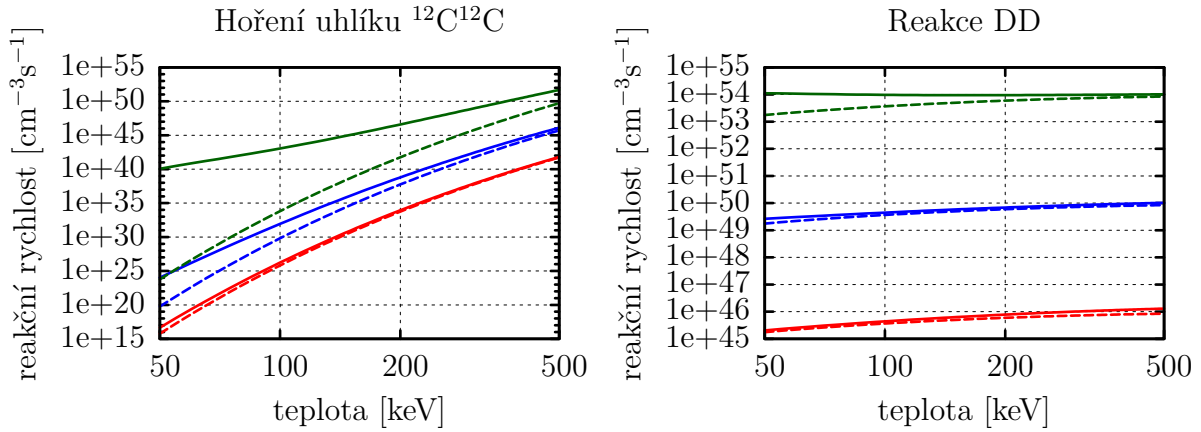
kam za  $\varepsilon$  dosazujeme v MeV a  $S(\varepsilon)$  je vyjádřen v MeVb. Platnost tohoto přiblížení platí pro energie  $\varepsilon \leq 19,8$  MeV.

Grafy na obrázku 3.2 ukazují závislost reakčních rychlostí na teplotě pro konstantní hustoty od  $10^7$  po  $10^{11}$  g/cm<sup>3</sup>. U hoření uhlíku je nárůst reakční rychlosti patrný teprve pro vyšší hustoty plazmatu. S klesající teplotou reakční rychlost dle předpokladů stoupá. Pro reakci DD je vliv zesílení marginální ve srovnání s hořením uhlíku.

Souvisí to s tvarem závislosti koeficientu zesílení  $F_{sc}$  pro termojaderný režim se silným stíněním na faktoru  $\Gamma$ . Tato závislost má tvar  $F_{sc} = e^{h(\Gamma)}$ , závislost  $h_0 = h_0(\Gamma)$  je pro  $\Gamma \gtrsim 1$  lineární. Pro vztah zesílení na  $\Gamma$  můžeme potom zjednodušeně uvažovat  $F_{sc} \sim e^\Gamma$ . Faktor  $\Gamma$  závisí na druhé mocnině protonového čísla jádra.



Obrázek 3.1: Závislost amplifikace vlivem stínění na parametru  $\Gamma$



Obrázek 3.2: Závislost reakční rychlosti na teplotě při konstantní hustotě se započtením vlivu korelací pro reakce DD a  $^{12}\text{C}^{12}\text{C}$  ve srovnání s klasickým termojaderným režimem. Přerušované čáry značí termojaderný režim, plné termojaderný režim se silným stíněním. Barvy odlišují hustoty plazmatu: červená –  $\rho = 10^7 \text{ g/cm}^3$ , modrá –  $\rho = 10^9 \text{ g/cm}^3$ , zelená –  $\rho = 10^{11} \text{ g/cm}^3$ .

Rád bych ještě upozornil na veliký řádový rozdíl reakčních rychlostí pro obě tyto reakce. Účinný průřez pro hoření uhlíku je při energii 100 keV hluboko pod hodnotou  $10^{-100} \text{ b}$ , což je o přibližně 100 řádů nižší hodnota než u reakcí lehkých jader.

Další zajímavé výsledky jsou uvedeny v grafech na obrázku 3.3. Na grafech lze nalézt hned několik závislostí. Předně si lze všimnout závislosti amplifikace reakční rychlosti při termojaderném režimu se silným stíněním vůči reakční rychlosti při klasickém termojaderném režimu jednotlivých reakcí na teplotě a hustotě plazmatu. Vidíme, že tato amplifikace roste s hustotou a klesá s teplotou.

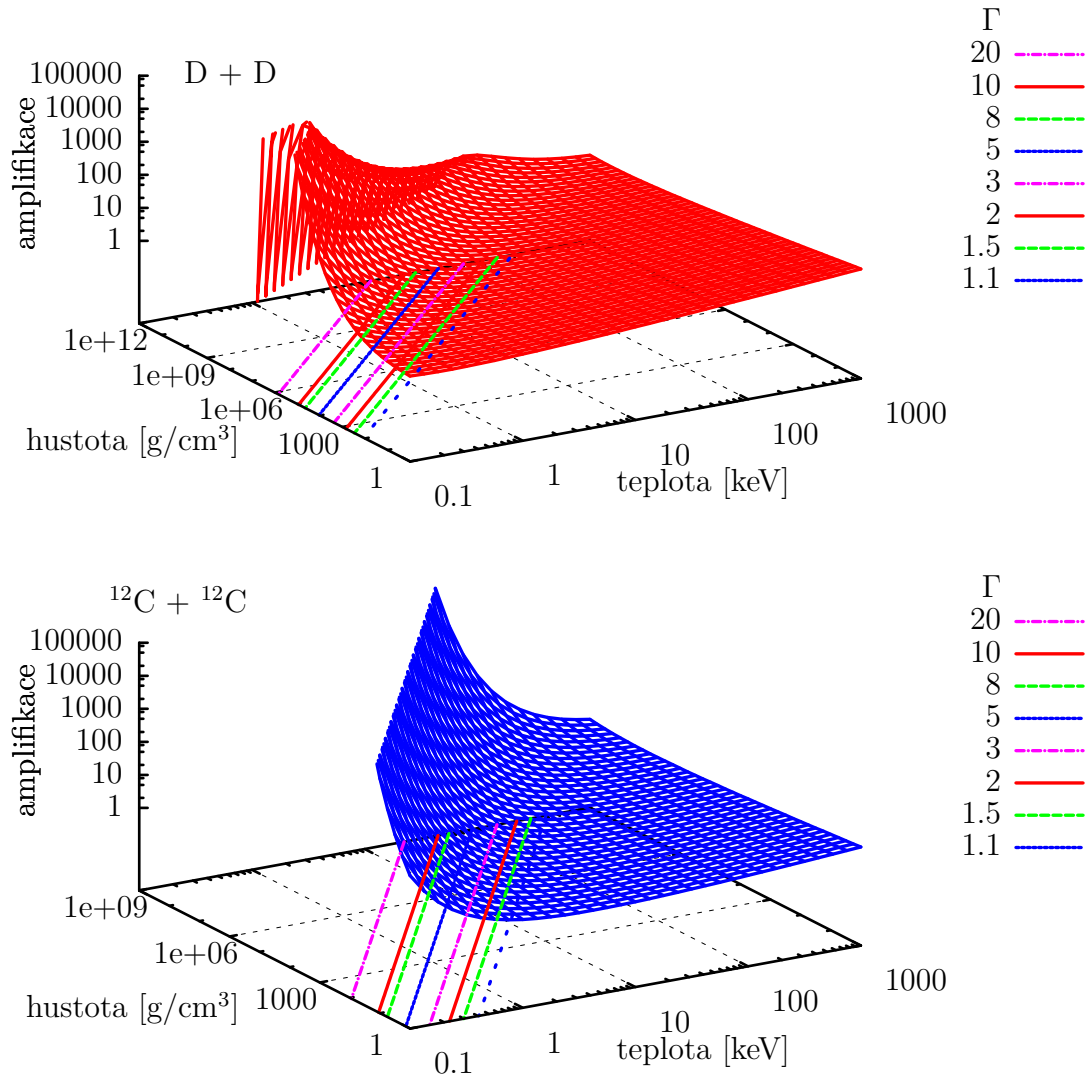
Je třeba vysvětlit, proč je v grafu pro deuteronové plazma vidět pro vysoké hodnoty hustot a nízké teploty prudký pokles reakční rychlosti, který neočekáváme. Tento pokles totiž není reálný. Vznikl pouze jako důsledek nepřesných vstupních údajů pro tyto podmínky. V kapitole 3.2.5 bude vysvětleno, že výsledky mohou být brány seriózně nanejvýše pro  $\Gamma < 10$ .

Zároveň je v půdorysně formou mapy s vrstevnicemi vynesena závislost faktoru  $\Gamma$  na teplotě a hustotě. Lze si tedy spojit tyto dvě jmenované závislosti a tak vidět závislost amplifikace reakční rychlosti v závislosti na faktoru  $\Gamma$ , která má tvar rostoucí exponenciely.

Posledním faktem, který lze z grafů na obrázku 3.3 vyčíst, je srovnání samotné velikosti amplifikace reakční rychlosti pro naše dvě reakce. Je vidět, že má smysl hovořit o výrazném zvýšení reakční rychlosti u reakce  $^{12}\text{C}^{12}\text{C}$  už při nízkých hodnotách  $\Gamma$ , při kterých by byla amplifikace reakční rychlosti reakce DD zanedbatelná. Dále je třeba si uvědomit, že pro reakci DD by bylo velmi těžké dosáhnout i tak nízkých hodnot  $\Gamma$ .

### 3.2.4 Zvýšení výtěžku pomocí řetězových reakcí

Při všech doposud používaných modelech nebylo uváženo, že produkty jaderné reakce mohou vybudit další jadernou reakci. Ve článku Sona a Fische [44] je demonstrováno, že pyknonukleární režim jaderné fúze by mohl být dosažitelný laboratorně a že energetický zisk celého procesu by v tomto hustém plazmatu mohl být znásoben díky relativistickým korekcím, elektronovému stínění, lokálním korekcím elektrického pole a možným řetězovým reakcím.



Obrázek 3.3: Závislost amplifikace reakční rychlosti na teplotě a hustotě se započtením vlivu korelací oproti standardní reakční rychlosti při termojaderném režimu pro reakce DD a <sup>12</sup>C<sup>12</sup>C. V základně je ještě vynesena závislost  $\Gamma = \Gamma(\rho, T)$

Jedním z hlavních závěrů článku [44] je pozorování, že ve velmi hustém DT plazmatu jsou  $\alpha$ -částice, generované jako produkt reakce  $T(d,n)^4\text{He}$ , převážně brzděny ionty a ne elektrony. Tyto ionty jsou pak urychleny, čímž vzroste pravděpodobnost průniků coulombovskou bariérou a tedy i fúzní události.

Výpočty byly prezentovány pro hustotu plazmatu  $\rho = 1,4 \times 10^6 \text{ g/cm}^3$ , ukázalo se, že každá vzniklá  $\alpha$ -částice předtím, než zcela zpomalí, vyvolá více než jednu další reakci, při které vznikne jiná  $\alpha$ -částice. Celý cyklus se může do rozpadu plazmatu opakovat vícekrát, je tedy namístě hovořit o řetězové reakci. Určitou potíží je možnost udržení tak hustého plazmatu po dostatečně dlouhou dobu, aby se tento celý proces energeticky vyplatil.

### 3.2.5 Měření amplifikace reakční rychlosti

Přímé měření zvýšení reakční rychlosti vlivem mezičásticových korelací je v laboratorních podmínkách nerealizovatelné. Bylo by potřeba jak vysokých teplot (aby byly reakční rychlosti vůbec měřitelné), tak vysokých hustot (aby byly případné amplifikace patrné). Jednu z možností řešení tohoto problému představuje realizace jiného experimentu založeném na



analogii. Použije se jiný systém a jiné procesy, které jsou však popsány rovnicemi, které mají stejný tvar, jako rovnice procesů, jež chceme měřit v našem systému.

Tento přístup byl použit v práci [11]. Měření není prováděno v chladném, hustém stavu, nýbrž v silně magnetizovaném, kryogenním plazmatu. Teplota plazmatu je  $T < 10^{-3}$  eV. Analogie je o to více překvapující, když si uvědomíme, o jak moc odlišné systémy se jedná, hustoty i teploty se liší o mnoho řádů.

Byly ověřovány vztahy pro závislost  $h_0 = h_0(\Gamma)$ , některé nabitované teoreticky odvozené vzorce jsou představeny v rovnicích 3.10 až 3.12. Když bychom si je vykreslili, všimli bychom si, že se pro  $\Gamma < 150$  výrazně neliší.

Bylo naměřeno, že veškeré uvedené fitovací vzorce dobře prokládají naměřená experimentální data po  $\Gamma \sim 10$ . Nejvyšší hodnota měřená byla  $\Gamma \sim 16$ , naměřené zesílení pak bylo  $\sim 10^9$ .

Pro hodnoty  $\Gamma > 10$  bylo naměřeno dokonce ještě větší zesílení reakční rychlosti, než bylo odvozenými vztahy predikováno.

### 3.3 Přehled vysokointenzitních laserů

Poslední část bakalářské práce se věnuje možnostem realizovaných/projektovaných laserů pro potenciální experimentální studie v oblasti modifikace jaderných procesů v plazmatu. Tabulka 3.1 nabízí přehled základních parametrů pětice vybraných laserů, u kterých lze očekávat možnosti provedení modelových studií. Nejintenzivnější laser z vybrané pětice se bude nacházet v České republice, jedná se o zařízení ELI Beamlines. Představme si nyní postupně některá vybraná zařízení.

Tabulka 3.1: Přehled vybraných vysokointenzitních laserů s nejdůležitějšími parametry, u kterých je možno provádět modelové studie v oblasti modifikace jaderných procesů.

Zařízení	doba impulsu	energie svazku	intenzita	v provozu od
NIF – ARC	1–20 ns	1,8 MJ		2009 [2]
	10 ps	12 kJ	$10^{18}$ W/cm <sup>2</sup>	
OMEGA – EP	1 ns	30kJ		2008 [1]
	1 ps	~1 kJ	$\sim 3 \times 10^{20}$ W/cm <sup>2</sup>	
	10 ps	2,6 kJ	$\sim 6 \times 10^{19}$ W/cm <sup>2</sup>	
	100 ps	2,6 kJ	$\sim 3 \times 10^{19}$ W/cm <sup>2</sup>	
LIL – Petal	700 ps – 20 ns	3 kJ pro 700 ps 38 kJ pro 20 ns		2010 [3]
	500 fs – 10 ps	3.5 kJ		
GEMINI	50 fs	12 J	$0,5 - 1 \times 10^{21}$ W/cm <sup>2</sup>	2008 [4]
ELI Beamlines	15 fs	$2 \times 300$ J	$5 \times 10^{23}$ W/cm <sup>2</sup>	2016 [5]
HiPER	5 ns	200 kJ		2020+ [6]
	15 ps	100 kJ		

**NIF** NIF (zkratka znamená National Ignition Facility) je americké zařízení pro výzkum inerciální fúze. V současné době jde o největší zařízení tohoto typu s největší energií v optických svazcích na světě. NIF používá 192 laserových svazků, které jsou před samotnou interakcí s DT palivem zesíleny o 13 řádů až na energii 4 MJ na základní harmonické (plánováno). Plánovaná energie svazku je 1,8 MJ. Dosud bylo dosaženo nanejvýše energie 1,4–1,5 MJ.

Jedním z hlavních cílů projektu NIF je dosažení kladného energetického zisku a tím nastartování průmyslového rozvoje inerciální fúze.

**ELI Beamlines** ELI Beamlines (Extreme Light Infrastructure) je evropský projekt, který je lokalizován mimo jiné v České republice. Ačkoli ELI Beamlines není určeno s výzkumem inerciální fúze, může však i v tomto oboru dosáhnout pozoruhodných výsledků. Mezi oblastmi zkoumané na ELI bude mimo jiné patřit fyzika plazmatu vysokých hustot (izochorické zahřívání husté hmoty) a urychlování elektronů a iontů laserovým svazkem. Takto pak bude možno generovat svazky částic s dnes nedosažitelnými energiemi. Oba tyto výzkumné směry mají potenciál přinést nové poznatky do oboru modifikace jaderných procesů v plazmatu.

Mezi experimenty, které by výhledově stálo za to zkoumat na ELI Beamlines a které mají souvislost s touto prací, zařadil srovnání vlastností velmi husté hmoty (WDM = warm dense matter) s výpočty předvedenými v poslední kapitole. Zároveň by stálo za úvahu vypracování experimentu pro měření amplifikace reakční rychlosti v závislosti na parametru  $\Gamma$ . Výsledky by pak mohly být srovnány s teoretickými předpovědmi 3.10 až 3.12 a experimenty v kryogenním plazmatu skupiny kolem Dubina [11].

**HiPER** HiPER (High Power laser Energy Research facility) je plánované evropské zařízení určené zejména pro výzkum laserově buzené inerciální fúze. Jedná se o vůbec první zařízení s hlavním cílem výzkumu inerciální jaderné fúze metodou rychlého zážehu (fast ignition). Ačkoli je počítáno s méně výkonným laserovým systémem, lze docílit stejného fúzního výkonu jako na zařízení NIF. Tímto by se tedy zlepšila celková energetická bilance. Zároveň náklady na výstavbu jsou ve srovnání se systémem NIF desetinové [6].

# Závěr

Tato bakalářská práce je věnována seznámení s problematikou jaderných procesů v plazmatu a možnostem jejich případné modifikace. Je věnován zvýšený důraz na seznámení se s technikou výpočtu reakčních rychlostí pro různé druhy plazmatu.

Výpočet reakční rychlosti je ústředním motivem celé práce. Představení základních veličin a seznámení s technikou jejich výpočtu je provedeno v první kapitole. Mimo to první kapitola podává úvod do možných rozdělovacích funkcí rychlostí či energií v plazmatu, přibližuje teoretické podklady, které jsou za představenými výpočty a uvádí také některé fitovací vzorce závislosti účinných průřezů na energii srážky a reaktivit reakcí na teplotě plazmatu za předpokladu maxwellovského rozdělení iontů v plazmatu. Mimo to obsahuje také podkapitolu o jaderných reakcích, se kterými bylo v této práci počítáno.

Popsané postupy byly téměř bez výjimky použity pro výpočty v následujících kapitolách. Mimo to první kapitola obsahuje tabulky, kde jsou uvedeny některé základní parametry jaderných reakcí (Gamowův peak, S-faktor při 10 keV a 100 keV), které byly například ve srovnání s knihou [12] revidovány a případně opraveny podle novějších dat. Zároveň první kapitola nabízí také ucelený přehled fitovacích vzorců pro účinné průřezy a reaktivity reakcí v kompaktní formě.

Druhá kapitola tvoří těžiště celé práce. Byly provedeny výpočty reaktivit v závislosti na teplotě, rozdělení částic v plazmatu a případně parametrech tohoto rozdělení pro vybrané reakce lehkých jader (DD,DT,  $^3\text{HeD}$ ) a pro některé nekonvenční reakce ( $^{11}\text{B}^1\text{H}$ ,  $^6\text{LiD}$ ), srovnány výsledky pro různé způsoby výpočtu (parametrizace, přímá numerická integrace na základě hodnot závislosti účinného průřezu na energii srážky z webových databází) a tyto výsledky konfrontovány s hodnotami reaktivit z různých webových databází ([7], [8], [9]).

Mezi výsledky je možno uvést, že u reakcí lehkých jader nejlépe odpovídá experimentálním datům Boschova parametrizace reaktivity a pro reakci  $^{11}\text{B}^1\text{H}$  parametrizace Nevinse a Swaina.

Další část druhé kapitoly se věnovala výpočtům pro nemaxwellovská spektra, bylo vybráno tzv. dvouteplovní a Tsallisovo rozdělení. Výpočty byly graficky znázorněny, aby byla demonstrována schopnost sestaveného programu poradit si s libovolným rozdělením. Zároveň byla tímto také prokázána možnost zvýšit výtěžek jaderné reakce změnou spektra iontů.

Poslední kapitola se nejprve teoreticky zabírala problematikou modifikace jaderných procesů. Mezi hlavní možnosti modifikace jaderných procesů patří změna spektra iontů v plazmatu, možná inicializace řetězových jaderných reakcí a efekt způsobený korelacemi ve velmi hustém plazmatu. Na příkladu reakcí  $^{12}\text{C}^{12}\text{C}$  a DD byla předvedena možnost amplifikace reakční rychlosti vlivem silného stínění.

Jelikož tato práce byla časově limitována, nebylo možno obsáhnout veškeré nápady, které se nabízely k dalšímu zpracování. Výhledově by stálo za pokus navrhnout konkrétní experiment pro vybraný způsob modifikace jaderných procesů v plazmatu, například se jedná o měření výtěžku jaderných reakcí v systémech s nemaxwellovským rozdělením.

Bylo by účelné podívat se podrobněji i na další reakce, z hlediska budoucí realizovatelnosti ve vysokoparametrovém plazmatu se nabízejí zejména reakce  ${}^6\text{LiD}$  a  ${}^{11}\text{B}^1\text{H}$ . V další úrovni této práce by již bylo vhodné zahrnout i numericky další mechanismy amplifikace, tím je myšlena zejména možnost řetězových reakcí a vícesložkových silně vázaných systémů.

# Literatura

- [1] Laboratory for Laser Energetics - Rochester, NY.  
URL <http://www.lle.rochester.edu/>
- [2] National Ignition Facility: NIF.  
URL <https://lasers.llnl.gov/about/nif/about.php>
- [3] Petal - Petawatt Aquitaine Laser.  
URL <http://petal.aquitaine.fr/spip.php?lang=en>
- [4] Central Laser Facility - Gemini laser area. Červen 2011.  
URL <http://www.clf.rl.ac.uk/Facilities/Astra/Astra%20Gemini/14201.aspx>
- [5] Extreme Light Infrastructure. Červen 2011.  
URL <http://www.eli-beams.eu/cs/>
- [6] HiPER Project. Červen 2011.  
URL <http://www.hiper-laser.org/>
- [7] The Joint Institute for Nuclear Astrophysics - Databáze REACLIB. červen 2011.  
URL <http://groups.nsl.msui.edu/jina/reaclib/db>
- [8] National Nuclear Data Center - Databáze NuDat 2. červen 2011.  
URL <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>
- [9] Nuclear Astrophysics Data. Červen 2011.  
URL <http://t2.lanl.gov/data/astro/astro.html>
- [10] Adelberger, E.; García, A.; Robertson, R.; aj.: Solar fusion cross sections. II. The pp chain and CNO cycles. *Reviews of Modern Physics*, ročník 83, č. 1, 2011: str. 195.
- [11] Anderegg, F.; Driscoll, C.; Dubin, D.; aj.: Measurement of correlation-enhanced collision rates using pure ion plasmas. *Physics of Plasmas*, ročník 17, 2010.
- [12] Atzeni, S.; ter Vehn, J. M.: *The physics of inertial fusion: beam plasma interaction, hydrodynamics, hot dense matter*. Oxford University Press, 2004.
- [13] Badziak, J.: Laser-driven generation of fast particles. *Opto-Electronics Review*, ročník 15, č. 1, 2007: s. 1–12.
- [14] Badziak, J.; Jabłoński, S.; Kubkowska, M.; aj.: Laser-driven generation of ultraintense proton beams. *Radiation Effects and Defects in Solids*, ročník 165, č. 6, 2010: s. 760–766.

- [15] Basdevant, J. L.; Rich, J.; Spiro, M.: *Fundamentals In Nuclear Physics*. Springer, New York, 2005.
- [16] Belyaev, V.; Vinogradov, V.; Matafonov, A.; aj.: Excitation of promising nuclear fusion reactions in picosecond laser plasmas. *Physics of Atomic Nuclei*, ročník 72, č. 7, 2009: s. 1077–1098.
- [17] Borghesi, M.: Radiation pressure effects on ion acceleration with ultra-intense laser pulses. *Bulletin of the American Physical Society*, ročník 55, 2010.
- [18] Borghesi, M.: Radiation pressure effects on ion acceleration with ultra-intense laser pulses. Červen 2011.  
URL [http://pop.aip.org/polopoly\\_fs/1.2328964!/menu/standard/file/NI3Borghesi.pdf](http://pop.aip.org/polopoly_fs/1.2328964!/menu/standard/file/NI3Borghesi.pdf)
- [19] Bosch, H.-S.; Hale, G.: Improved formulas for fusion cross-sections and thermal reactivities. *Nuclear Fusion*, ročník 32, č. 4, 1992: s. 611–630.
- [20] Brogini, C.; Bemmerer, D.; Guglielmetti, A.; aj.: LUNA: Nuclear Astrophysics Deep Underground. *Arxiv preprint arXiv:1010.4165*, 2010.
- [21] Bulanov, S.; Bychenkov, V.; Chvykov, V.; aj.: Generation of GeV protons from 1 PW laser interaction with near critical density targets. *Physics of plasmas*, ročník 17, 2010.
- [22] Chen, F. F.: *Úvod do fyziky plazmatu*. Academia, Praha, 1984.
- [23] Chugunov, A.; DeWitt, H.: Nuclear fusion reaction rates for strongly coupled ionic mixtures. *Physical Review C*, ročník 80, č. 1, 2009.
- [24] Chugunov, A.; DeWitt, H.; Yakovlev, D.: Coulomb tunneling for fusion reactions in dense matter: Path integral Monte Carlo versus mean field. *Physical Review D*, ročník 76, č. 2, 2007.
- [25] Clark, R.; Hora, H.; Ray, P.; aj.: Evaluation of cross sections of the  ${}^6\text{Li} (d, \alpha) \alpha$  reaction. *Physical Review C*, ročník 18, č. 3, 1978: str. 1127.
- [26] DeWitt, H.; Slattery, W.: Screening enhancement of thermonuclear reactions in high density stars. *Contributions to Plasma Physics*, ročník 39, č. 1-2, 1999: s. 97–100.
- [27] Gasques, L.; Afanasjev, A.; Aguilera, E.; aj.: Nuclear fusion in dense matter: Reaction rate and carbon burning. *Physical Review C*, ročník 72, č. 2, 2005.
- [28] Heltemes, T. A.; Moses, G. A.; Santarius, J. F.: Analysis of an Improved Fusion Reaction Rate Model for Use in Fusion Plasma Simulations. Technická zpráva, Duben 2005.
- [29] Hora, H.; Miley, G. H.; Ghoranneviss, M.; aj.: Fusion energy without radioactivity: laser ignition of solid hydrogen-boron (11) fuel. *Energy Environ. Sci.*, ročník 3, 2010: s. 479–486.
- [30] Ichimaru, S.: Statistical plasma physics. Vol. 1, Basic principles. 1991.
- [31] Iliadis, C.: *Nuclear physics of stars*. Wiley Online Library, 2007.

- [32] Kaniadakis, G.; Lavagno, A.; Lissia, M.; aj.: Thermal distributions in stellar plasmas, nuclear reactions and solar neutrinos. *Brazilian Journal of Physics*, 1998.
- [33] Kouhi, M.; Ghoranneviss, M.; Malekynia, B.; aj.: Resonance effect for strong increase of fusion gains at thermal compression for volume ignition of Hydrogen Boron-11. *Laser and Particle Beams*, ročník 29, č. 01, 2011: s. 125–134.
- [34] Ledingham, K.; Galster, W.: Laser-driven particle and photon beams and some applications. *New Journal of Physics*, ročník 12, 2010.
- [35] Liseykina, T.; Borghesi, M.; Macchi, A.; aj.: Radiation pressure acceleration by ultraintense laser pulses. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, ročník 50, 2008.
- [36] Lissia, M.; Quarati, P.: Nuclear astrophysical plasmas: ion distribution functions and fusion rates. *Arxiv preprint astro-ph/0511430*, 2005.
- [37] MacFarlane, J.; Moses, G.; Peterson, R.: BUCKY-1–A 1-D Radiation Hydrodynamics Code for Simulating Inertial Confinement Fusion High Energy Density Plasmas. Technická zpráva.
- [38] Marta, M.; Formicola, A.; Bemmerer, D.; aj.: The  $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$  reaction studied with a composite germanium detector. *Physical Review C*, ročník 83, č. 4, 2011.
- [39] Nevins, W.; Swain, R.: The thermonuclear fusion rate coefficient for p-11B reactions. *Nuclear fusion*, ročník 40, 2000: str. 865.
- [40] Patel, P.; Mackinnon, A.; Key, M.; aj.: Isochoric heating of solid-density matter with an ultrafast proton beam. *Physical review letters*, ročník 91, č. 12, 2003.
- [41] Robinson, A.; Zepf, M.; Kar, S.; aj.: Radiation pressure acceleration of thin foils with circularly polarized laser pulses. *New Journal of Physics*, ročník 10, 2008.
- [42] Romanovsky, M.; Ebeling, W.: Microfields and fusion rates for dense plasmas. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, ročník 252, č. 3-4, 1998: s. 488–504, ISSN 0378-4371.
- [43] Salpeter, E.; Van Horn, H.: Nuclear reaction rates at high densities. *The Astrophysical Journal*, ročník 155, 1969: str. 183.
- [44] Son, S.; Fisch, N.: Pycnonuclear reaction and possible chain reactions in an ultra-dense DT plasma. *Physics Letters A*, ročník 337, č. 4-6, 2005: s. 397–407.
- [45] Tsallis, C.: Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, ročník 52, č. 1-2, 1988: s. 479–487.
- [46] Tumino, A.; Spitaleri, C.; Mukhamedzhanov, A.; aj.: Low-energy d+ d fusion reactions via the Trojan Horse Method. *Physics Letters B*, 2011.
- [47] Yakovlev, D.; Gasques, L.; Afanasjev, A.; aj.: Fusion reactions in multicomponent dense matter. *Physical Review C*, ročník 74, č. 3, 2006.
- [48] Zeil, K.; Kraft, S.; Bock, S.; aj.: The scaling of proton energies in ultrashort pulse laser plasma acceleration. *New Journal of Physics*, ročník 12, 2010.

# Příloha A

## Koeficienty pro parametrizace

### A.1 Parametrizace BUCKY

Tabulka A.1: Koeficienty pro výpočet reaktivity reakcí lehkých jader pomocí kódu BUCKY [37]

	T(d,n) <sup>4</sup> He	DD	<sup>3</sup> He(d,p) <sup>4</sup> He
r	0,2935	0,3735	0,3597
A <sub>1</sub>	-2,1377692×10 <sup>1</sup>	-1,5511891×10 <sup>1</sup>	-2,7764468×10 <sup>1</sup>
A <sub>2</sub>	-2,5204050×10 <sup>1</sup>	-3,5318711×10 <sup>1</sup>	-3,1023898×10 <sup>1</sup>
A <sub>3</sub>	-7,1013427×10 <sup>-2</sup>	1,2904737×10 <sup>-2</sup>	2,7889999×10 <sup>-2</sup>
A <sub>4</sub>	1,9375450×10 <sup>-4</sup>	2,6797766×10 <sup>-4</sup>	-5,5321633×10 <sup>-4</sup>
A <sub>5</sub>	4,9246592×10 <sup>-6</sup>	-2,9198658×10 <sup>-6</sup>	3,0293927×10 <sup>-6</sup>
A <sub>6</sub>	-3,9836572×10 <sup>-8</sup>	1,2748415×10 <sup>-8</sup>	-2,5233325×10 <sup>-8</sup>

### A.2 Nevinsova-Swainova parametrizace reaktivity reakce <sup>11</sup>B(p,α)<sup>24</sup>He na teplotě.

Tabulka A.2: Koeficienty pro parametrizaci závislosti reaktivity reakce <sup>11</sup>B(p,α)<sup>24</sup>He na teplotě.

C <sub>0</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
17,708	6,328×10 <sup>-13</sup>	-5,9357×10 <sup>-2</sup>	0,20165
C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>
1,0404×10 <sup>-3</sup>	2,7621×10 <sup>-3</sup>	-9,1653×10 <sup>-6</sup>	9,8305×10 <sup>-7</sup>



### A.3 Boschova-Haleova parametrizace

Tabulka A.3: Koefficienty pro výpočet účinného průřezu reakcí lehkých jader podle parametrizace Bosche a Halea [19]

	T(d,n) <sup>3</sup> He	<sup>3</sup> He(d,p) <sup>4</sup> He	D(d,p)T	D(d,n) <sup>3</sup> He
$\sqrt{\varepsilon_{Gp}}$ [ $\sqrt{\text{keV}}$ ]	34,3827	68,7508	31,397	31,397
A1	$6,927 \times 10^4$	$5,7501 \times 10^6$	$5,5576 \times 10^4$	$5,3701 \times 10^4$
A2	$7,454 \times 10^8$	$2,5226 \times 10^3$	$2,1054 \times 10^2$	$3,3027 \times 10^2$
A3	$2,05 \times 10^6$	$4,5566 \times 10^1$	$-3,2638 \times 10^2$	$-1,2706 \times 10^{-1}$
A4	$5,2002 \times 10^4$	0	$1,4987 \times 10^{-6}$	$2,9327 \times 10^{-5}$
A5	0	0	$1,8181 \times 10^{-10}$	$-2,5151 \times 10^{-9}$
B1	63,8	$-3,1995 \times 10^{-3}$	0	0
B2	$-9,95 \times 10^{-1}$	$-8,5530 \times 10^{-6}$	0	0
B3	$6,81 \times 10^{-5}$	$5,9014 \times 10^{-8}$	0	0
B4	$1,73 \times 10^{-4}$	0	0	0

Tabulka A.4: Koefficienty pro výpočet reaktivity reakcí lehkých jader podle parametrizace Bosche a Halea [19]

	T(d,n) <sup>4</sup> He	<sup>3</sup> He(d,p) <sup>4</sup> He	D(d,p)T	D(d,n) <sup>3</sup> He
$m_r c^2$ [keV]	1 124 656	1 124 572	937 814	937 814
$\sqrt{\varepsilon_{Gp}}$ [ $\sqrt{\text{keV}}$ ]	34,3827	68,7508	31,397	31,397
C <sub>1</sub>	$1,17302 \times 10^{-9}$	$\times 10^{-10}$	$5,65718 \times 10^{-12}$	$5,43360 \times 10^{-12}$
C <sub>2</sub>	0,0151361	0,00641918	0,00341267	0,00585778
C <sub>3</sub>	0,0751886	-0,00202896	0,00199167	0,00768222
C <sub>4</sub>	0,00460643	$-1,91080 \times 10^{-5}$	0	0
C <sub>5</sub>	0,0135	0,000135776	$1,05060 \times 10^{-5}$	$-2,964 \times 10^{-6}$
C <sub>6</sub>	-0,00010675	0	0	0
C <sub>7</sub>	$1,366 \times 10^{-5}$	0	0	0
použitelnost T [keV]	0.2–100	0.5–190	0,2–100	0,2–100
max. chyba [%]	0,25	2,5	0,35	0,3

# Příloha B

## Seznam souborů na CD

základní adresář	
BP_HORNY.pdf	samotná bakalářská práce
posterHorny.pdf	poster pro prezentaci práce na letním kursu SuperErice 2011 Atoms and Plasmas in Super-Intense Laser fields
data	složka s daty z databází
vypocty	složka se soubory ve formátu Maple Worksheet
adresář data	
sigma	data z databází pro účinný průřez
sigmav	data z databází pro reaktivitu
adresář data/sigma	
3He(d,p)4He.txt	
6Li(d,alfa)alfa.txt	
6Li(d,p)7Li .txt	
6Li(p,3He)alfa.txt	
14N(p,g)15O.txt	
D(d,n)3He.txt	
D(d,p)T.txt	
T(d,n)4He.txt	
adresář data/sigmav	
3He(D,p)4He.dat	
6Li(d,p)7Li.dat	
11B(p,a)8Be.dat	
12C(12C,a)20Ne.dat	
14N(p,g)15O.dat	
D(d,n)3He.dat	
D(d,p)T.dat	
D(T,n)4He.dat	
Li6(d,n)7Be.dat	
adresář vypocty	
maxwell	výpočty reaktivity pro maxwellovské rozdělení
modifikace	výpočty modifikace reakční rychlosti pro silné korelace
nemaxwell	výpočty reaktivity pro nemaxwellovská rozdělení
rozdeleni	znázornění tvaru nemaxwellovských rozdělení

adresář vypocty/maxwell	
3HeD.mw	
6LiD.mw	
11Bp.mw	
DDn3He.mw	
DDpT.mw	
TD.mw	
BoschSigma.mw	porovnání Boschovy parametrizace $\sigma$ s daty z databázi
adresář vypocty/modifikace	
12C12C.mw	
DD.mw	
adresář vypocty/nemaxwell	
2T-11Bp.mw	dvouteplovní rozdělení
2T-DD.mw	
2T-TD.mw	
Tsallis-11Bp.mw	Tsallisovo rozdělení
Tsallis-14N(p,g)15O.mw	
Tsallis-D(d,n)3He.mw	
adresář vypocty/rozdeleni	
druyvenstein.mw	
tsallis.mw	